НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ "ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"

ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ім. ІВАНА ФРАНКА

ТЕХНІЧНИЙ КОЛЕДЖ НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ "ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"

МАТЕРІАЛИ

XIX міжвузівської науково-практичної конференції

"Методичні проблеми викладання математики у вищих навчальних закладах"



ЛЬВІВ – 2015

Відповідальні за випуск:

к.ф.-м.н. Мохонько Валентина Дмитрівна **(Технічний коледж НУ "Львівська політехніка")**

к.пед.н. Васіна Людмила Степанівна **(Технічний коледж НУ "Львівська політехніка")**

До збірника увійшли матеріали XIX міжвузівської науково-практичної конференції "Методичні проблеми викладання математики у вищих навчальних закладах", яка проходила 25 лютого 2015 року у Технічному коледжі Національного університету "Львівська політехніка"

Теорія чисел і мотивації для вивчення математики

Зарічний М.М.

Однією з важливих мотивацій для учнів і студентів при вивченні математики є прикладний аспект цієї науки, її широкі застосування у природничих, а також соціальних науках. Проте не менше значення мають «неутилітарні» аргументи, адже математика має нетривіальний естетичний, а також, умовно кажучи, «ігровий» аспект, що робить її привабливою в очах молодих людей, тренованих на комп'ютерних іграх та розгадуванні головоломок. Особливо багатий матеріал дає теорія чисел. Адже з поняттям числа ми зустрічаємося на самому початку вивчення математики. Нижче ми розглянемо декілька сюжетів, пов'язаних з числами, маючи на меті їх можливе застосування для позакласних чи самостійних занять з математики.

Ірраціональність $\sqrt[n]{2}$

Розглянемо спочатку добре відомий факт ірраціональності числа $\sqrt{2}$. Мабуть, кожен пам'ятає шкільне доведення. А ось доведення, що базується на зовсім іншій ідеї.

Припустимо, що $\sqrt{2}=\frac{p}{q}$, де p,q – натуральні числа. Позначимо через k найменше з таких q, що $q\sqrt{2}$ – натуральне число.

Тоді $k\left(\sqrt{2}-1\right)\sqrt{2}=2k-k\sqrt{2}$ – теж натуральне число. Оскільки $k\left(\sqrt{2}-1\right)$ – натуральне число і $k\left(\sqrt{2}-1\right)<k$, то одержуємо суперечність з вибором k. Тепер розглянемо випадок, коли $n>2$. Застосуємо до доведення ірраціональності $\sqrt[n]{2}$ Велику Теорему Ферма, яку довів сер Ендрю Вайлс. Нагадаємо, ця теорема стверджує, що при $n>2$ рівняння $x^n+y^n=z^n$ не має розв'язків у натуральних числах.

Припустимо, що $\sqrt[n]{2}=\frac{p}{q}$, де p,q – натуральні числа. Тоді це суперечить Великій Теоремі Ферма.

Зрозуміло, що це друге доведення є нічим іншим як прикладом «забивання цвяхів мікроскопом», тобто застосуванням несумірно потужних засобів для досягнення мети. Проте не можна заперечити його пізнавального значення – у такий спосіб можна познайомити учнів з історією доведення Великої Теореми Ферма.

Проблема 196

Натуральне число називають паліндромним, якщо воно однаково читається зліва направо і справа наліво. Приклади: 11, 121, 2002, 1234321, ...

Один з алгоритмів одержання паліндромного числа називається "перевернути і додати". Він працює так: беремо довільне натуральне число. Якщо воно не паліндромне, то перевертаємо його (тобто записуємо цифри в протилежному порядку) і додаємо до вихідного. Якщо одержуємо паліндромне число, то процедура припиняємо, якщо ж ні, то повторюємо аж доки не одержиться паліндромне число.

Приклади:

45+54=99,

58+85=143, 143+341=484,

59 + 95 = 154, 154 + 451 = 605, 605 + 506 = 1111

Проте, наприклад, з числом 89 все вже не так просто: до нього алгоритм потрібно застосувати 24 рази, перш ніж одержимо паліндромне число.

Число 196 виявилося найменшим числом, для якого алгоритм "перевернути і додати" поки що не дав паліндромного результату, хоча зусиллями багатьох дослідників упродовж їх багаторічної діяльності результат зараз виражається числом з 600 млн. цифр. Отож, маємо нерозв'язану проблему на даний момент: чи вдасться одержати з числа 196 паліндром?

Числа Фрідмана

Так називаються натуральні числа, що можуть бути одержані з цифр свого десяткового запису за допомогою операцій додавання, віднімання, множення, ділення та піднесення до степеня.

Приклади: $126 = 21 \cdot 6,\ 2502 = 2 + 50^2$ (у другому випадку ще й зберігається порядок цифр).

Числа Фрідмана можуть бути досить великі. Ось приклад великого числа Фрідмана, у записі якого зустрічаються лише четвірки:

$$444444444444444 = (4(44/4 - 4/4)^{4\times4-4/4} - 4) / (4 + 4 + 4/4)$$

Учням можна запропонувати задачі:

1) Показати, що 127 є числом Фрідмана.
2) Показати, що існують як завгодно довгі ланцюжки послідовних чисел Фрідмана.

На завершення зауважу, що розглянути вище приклади є у відкритому доступі; встановити точно їх авторство не вдається.

Фрагменти з історії математики у Львівській Політехніці

Притула Я.Г.

1. Переломною подією у вищій технічній освіті в Європі стала організація Політехнічної школи 1795 року у Парижі. Вона давала протягом двох років ґрунтовну математичну та фізичну освіту, потрібну для опанування технічних спеціальностей. Після закінчення Політехнічної школи можна було спеціалізуватись у цивільних або військових технічних школах. У самій назві Політехнічної школи закріплювалась багатопрофільність навчального закладу та відмінність її від структури європейських університетів. Тут не передбачалось надання докторських ступенів, а також проведення габілітацій. Організовані згодом політехніки в країнах Європи прийняли основні концепції Політехнічної школи.

У Львові спочатку технічні кафедри (технології, механіки, практичної математики (геодезії), будівництва) були в університеті. Технічне скерування мали також кафедри фізики та хімії. З 1844 року після організації у Львові Технічної академії, ці напрями підготовки перейшли до нового навчального закладу.

З 1877 року академія отримала назву – Політехнічна школа у Львові. Правила організації навчання вимагали від студентів складання двох іспитів: з теоретичних дисциплін після двох років навчання і професійного іспиту після подачі дипломного проекту. У 1875 році було введено процедуру габілітації: надання veniam legendi (права читання лекцій) і обіймання посади приват-доцента. Право присудження докторських ступенів “doctor retum technicarum” було надано Політехнічній школі у 1901 році. Перша урочиста промоція докторів технічних наук пройшла 5 липня 1902 року з участю глав церков трьох конфесій: римо-католицької, греко-католицької, вірменської, маршалка сейму, намісника Галичини, ректорів навчальних закладів та ін.

2. Ступені доктора технічних наук надавались не тільки за праці з технічних наук, але і з теоретично-математичних, нарисної геометрії, фізики, хімії.

Першим хто отримав ступінь доктора технічних наук за працю з математики був Арнольд Фрайліх. Він народився 19 лютого 1884 року в м. Збаражі Тернопільської області). У 1903 році закінчив реальну школу в Тернополі. Після навчання у 1903-1905 роках у Політехнічній школі у Львові склав перший теоретичний іспит. У 1905-1907 роках відвідував лекції у Ягелонському університеті у Кракові. Після складання у 1908 році вчительського іспиту працював вчителем гімназії у Золочеві.

У 1909 році А. Фрайліх звернувся з просьбою про допуск його до докторського іспиту на основі поданої праці “Властивості інтегралів лінійного диференціального рівняння $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + kA(x)y = 0$”. Роботу оцінювали професори Політехнічної школи Плацид Дзівінський та Здіслав Криговський, які керували, відповідно, першою та другою кафедрами математики. На основі позитивних рецензій праці А. Фрайліх був допущений до докторського іспиту. 15 липня 1910 року комісія у складі професорів Тулле, Денізота, Губера, Криговського та Дзівінського визнала його “особливо обдарованим” і ухвалила надати ступінь доктора технічних наук. Промоція відбулась 16 липня 1910 року. Промотором був професор Дзівінський.

3. З 1 жовтня 1910 року А. Фрайліх працював асистентом ІІ кафедри математики, якою керував З. Криговський. Цю посаду він обіймав до 1918 року. У 1918 році А. Фрайліх став директором приватної єврейської жіночої гімназії, яка була на вулиці Зигмунтовській (нині вул. Гоголя, 52 школа), а також вчителем ІХ гімназії на вулиці Хотинських (там, де недавно була школа). У цій гімназії після переїзду з Тернополя працював Мирон Зарицький. Тут навчався Станіслав Мазур. А. Фрайліх вчив математики Владислава Лянце та Марка Вішика, які високо оцінювали науковий та педагогічний рівень свого вчителя.

Разом з Владиславом Орлічем Арнольд Фрайліх написав підручник для українських шкіл ([1]); був учасником І Польського математичного з’їзду у 1927 році, опублікував статтю ([2]).

4. У жовтні 1910 року студентом Політехнічної школи у Львові став Стефан Банах. Рік він провчився на факультеті будови машин, а наступного року перейшов на інженерний факультет. На факультеті протягом чотирьох семестрів читався курс математики, 5 годин лекційних та 2 години практики у кожному семестрі. Лекції та практичні вів З. Криговський, асистентом був А. Фрайліх.

Загалом перший державний іспит для студентів інженерного факультету включав такі дисципліни: математика, нарисна геометрія, фізика, загальна і технічна механіка з елементами графічної статики. Комісія звільняла від складання тих предметів, з яких студент склав курсові іспити з принаймні “добрими” оцінками. В учбовій картці С. Банаха є підтвердження відвідування лекцій і практичних занять з таких дисциплін: на першому курсі – математики, загальної і технічної фізики, нарисної геометрії, загальної механіки, загального машинознавства, енциклопедії технічної хімії, на другому курсі – технічної механіки, будівництва, енциклопедії машин. Є записи про складання колоквіуму з математики (“дуже добре”, 15.05.1911), іспиту з хімії (“дуже добре”, 27.12.1911), з математики (“відмінно”, 24.06.1913), із загальної

механіки (“дуже добре”, 3.11.1913). Математику читав проф. Здіслав Криговський, нарисну геометрію – проф. Казимир Бортель, загальну механіку – Альфред Денізот, технічну механіку – проф. Максиміліан Губер, енциклопедію технічної хімії – проф. Віктор Синевскі.

С. Банах закінчив навчання у Політехнічній школі складанням у 1913/1914 н.р. першого державного іспиту – півдипломом. Немає підтвердження відвідування занять на III і IV курсах в учбовій картці.

З початком І світової війти у 1914 році С. Банах повернувся до Кракова.

5. У 1919 році З. Криговський був запрошений до Познанського університету. Обов’язки заступника професора II кафедри математики з 1919 року виконував Антоні Ломніцький. Гуго Штайнгауз, який знав А. Ломніцького ще з періоду навчання у Гетінгені, запропонував йому взяти асистентом на вільну посаду А. Фрайліха Стефана Банаха. Це питання розглядалось на засіданні адміністративної комісії Політехнічної школи 25 червня 1920 року під головуванням ректора (комісія відігравала роль сенату). Ось витяг з протоколу засідання комісії:

“Згідно з пропозицією заступника професора Ломніцького призначено Стефана Банаха дійсним асистентом II кафедри математики після доктора Фрайліха з 1/7/1920 до 30/9/1921 з умовою, що пред’явить через півроку докторський диплом. У дискусії над цим питанням проти номінації був проф. Синевський (тодішній декан) і вимагав її відкласти аж до складанням кандидатом докторату”.

Віктор Синевський – це той професор, у якого С. Банах склав іспит з хімії.

Уже в червні 1920 року С. Банах подав до Ради філософського факультету Львівського університету докторську працю “O operaciach w zbiorach abstrakcyjnych z zastosowaniem do równań całkowych”. Оцінку праці написали професори Євстахій Жилінський та Гуго Штайнгауз. Після складання іспитів з математики і фізики (1 листопада 1920) і філософії (11 грудня 1920) з відзнакою, 22 січня 1921 року відбулась офіційна “промоція” – надання ступеня доктора філософії. Промотором був Казимир Твардовський. Умову адміністративної комісії С. Банах виконав вчасно.

З жовтня 1921 року Банах займав посаду старшого асистента II кафедри математики, а також як заступник професора читав “доручені” лекції з теоретичної механіки. Кількість слухачів на вправах з цього курсу сягала понад трьох сотень.

Хоча посаду старшого асистента Банах отримав на два роки, навесні 1922 року він почав процес габілітації – отримання права читання лекцій у Львівському університеті. І вже у липні він отримав посаду надзвичайного

професора Львівського університету. У Львівській Політехніці С. Банах продовжував викладати([3]).

Література:

1. А. Фрайліх, В. Орліч. Математика для І кляси середніх загальноосвітніх шкіл // Państwowe wydawnictwo książek szkolnych we Lwowie, 1938, с. 167.
2. Freilich A. O zastosowaniu teoryi równań liniowych różniczkowych klasy Fuchsa do wykazania istnienia funkcyi kulistej drugiego rodzaju jednej zmiennej // Wiadomości matematyczne t. XVII, 1913, str. 303-314.
3. Притула Я. Стефан Банах: сторінки біографії // Математичний Вісник Наукового Товариства ім. Тараса Шевченка, 2013, т. 10 с.7-16.

Теореми про нерухомі точки та їх застосування

Г.І.Чуйко

Нерухомі точки – це одне з найпростіших понять, водночас дуже важливе для застосувань. Нехай задано відображення $f : X \to X$. Н*ерухомою точкою* цього відображення називається такий $x \in X$, що $f(x) = x$. Фактично, кожне рівняння (алгебраїчне, диференціальне, інтегральне тощо) може бути подане у вигляді $x = f(x)$. Тоді нерухома точка відображення f - це розв'язок рівняння $x = f(x)$. Тому природно виникають питання:

1) чи існують нерухомі точки? 2)якщо нерухомі точки існують, скільки їх? 3) як їх знайти? Зрозуміло також, що відповіді на ці питання залежать як від властивостей відображення f , так і від властивостей простору X , в якому це відображення задане. Зазвичай розглядають неперервні відображення, задані в нормованих просторах.

1. Принцип стиснених відображень. В цьому випадку вимоги до X мінімальні, припускаємо, що (X,d) метричний простір, а від відображення f будемо вимагати значно більше неперервності, а саме, нехай f є відображенням стиску. Відображення $f : X \to X$ називається *стиском* , якщо існує таке число $\alpha \in (0,1)$, що для будь-яких $x, y \in X$ виконується нерівність $d(f(x), f(y)) \le \alpha d(x, y)$.Число α називають *коефіцієнтом стиску*. Ця нерівність означає, що відстань між образами будь-яких точок строго менша, ніж відстань між їхніми прообразами. З неї легко одержимо неперервність стиску (навіть рівномірну неперервність) на всьому просторі X.

Теорема 1.(С.Банах, 1922 р.). В повному метричному просторі кожен стиск має єдину нерухому точку, яку можна знайти методом послідовних наближень (ітерацій).

Доведення цієї теореми нескладне, його можна знайти в кожному підручнику з функціонального аналізу. Для нас важливо, що нерухома точка x^* є границею послідовних наближень: для довільно вибраного елемента $x_0 \in X$ покладемо $x_1 = f(x_0), x_2 = f(x_1), ..., x_n = f(x_{n-1}), ...$. Тоді $x^* = \lim x_n$, причому вибір початкового елемента x_0 впливає лише на швидкість збіжності послідовності.

Крім того, з доведення випливає така оцінка похибки $n-$го наближення

$$d(x^*, x_n) \le \frac{\alpha^n}{1-\alpha} d(x_0, x_1).$$

Ця формула дозволяє знайти кількість кроків, потрібних для знаходження нерухомої точки x^* із заданою точністю.

Розглянемо кілька прикладів застосування принципу стиснених відображень.

Приклад 1. Розв‘язування систем лінійних рівнянь методом ітерацій. Нехай R^n арифметичний n-вимірний простір. Введемо на R^n метрику формулою: для $x=(x_1,...,x_n), y=(y_1,...,y_n)$

$$d(x,y)=\sum_{j=1}^{n}|\,x_j-y_j\,|.$$

Простір (R^n,d) повний. Розглянемо відображення $F:R^n\to R^n$, задане так: $y=F(x)$,

$$y_i=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j+b_i,\quad i=1,2,...,n.$$

Тоді

$$d(F(x),F(\tilde{x}))=\sum_{i=1}^{n}|\,y_i-\tilde{y}_i\,|=\sum_{i=1}^{n}|\sum_{j=1}^{n}a_{ij}(x_j-\tilde{x}_j)\,|\le\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}|\,a_{ij}\,|\cdot|\,x_j-\tilde{x}_j\,|\le$$

$$\sum_{i=1}^{n}\max_j|\,a_{ij}\,|\cdot\sum_{j=1}^{n}|\,x_j-\tilde{x}_j\,|=\sum_{i=1}^{n}\max_j|\,a_{ij}\,|\cdot d(x,\tilde{x}).$$

Будемо вимагати, щоб $\sum_{i=1}^{n}\max_j|\,a_{ij}\,|=\alpha<1$, тоді відображення F стає стиском і тому, за теоремою Банаха, має єдину нерухому точку. Отже, система рівнянь

$$x_i-\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j=b_i,\quad i=1,2,...,n$$

має єдиний розв‘язок $x^*=(x_1^*,...,x_n^*)$, який можна одержати методом ітерацій.

Приклад 2. Існування і єдиність розв‘язку інтегрального рівняння. Нехай $K(t,s)$ дійсна функція, задана і неперервна у квадраті $[a,b]\times[a,b]$, $f(t)$ неперервна на $[a,b]$ функція. Покажемо, що інтегральне рівняння

$$x(t)=\lambda\int_a^b K(t,s)x(s)ds+f(t)\qquad(1)$$

при достатньо малих значеннях параметра λ має єдиний розв‘язок у просторі неперервних функцій $C[a,b]$. Розглянемо відображення $F(x)=\lambda\int_a^b K(t,s)x(s)ds$.

З умов та властивостей інтегралів, залежних від параметра, одержимо, що відображення F кожній неперервній функції $x(t)$ співставляє неперервну функцію $(Fx)(t)$, тобто F діє з простору $C[a,b]$ у простір $C[a,b]$. Як відомо, $C[a,b]$ є повним метричним простором, якщо метрика задається формулою $d(x,y)=\max_{a\le t\le b}|\,x(t)-y(t)\,|$. Оцінимо тепер $d(F(x),F(y))$. Маємо:

$$d(F(x),F(y))=\max_t|\,(Fx)(t)-(Fy)(t)\,|=\max_t|\,\lambda\int_a^b K(t,s)(x(s)-y(s))ds\,|\le$$

$$|\,\lambda\,|\max_t\int_a^b|\,K(t,s)\,|\cdot|\,x(s)-y(s)\,|\,ds\le|\,\lambda\,|\max_s|\,x(s)-y(s)\,|\cdot\max_t\int_a^b|\,K(t,s)\,|\,ds=$$

$$|\,\lambda\,|\cdot\max_t\int_a^b|\,K(t,s)\,|\,ds\cdot d(x,y).$$

Отже, якщо λ таке, що

$$|\lambda| \cdot \max_t \int_a^b |K(t,s)|\,ds < 1,$$

то відображення F є стиском і тому має єдину нерухому точку. Це означає, що інтегральне рівняння (1) має єдиний розв‘язок, який можна знайти методом послідовних наближень.

Приклад 3. Існування розв‘язку задачі Коші. Розглянемо таку задачу: знайти розв‘язок диференціального рівняння

$$\frac{dy}{dt} = \varphi(y(t),t), \qquad (2)$$

який задовольняє умову

$$y(t_0) = y_0. \qquad (3)$$

Шукатимемо цей розв‘язок в просторі неперервних функцій $C[a,b]$ з рівномірною метрикою $d(x,y) = \max_t |x(t) - y(t)|$. Припускатимемо, що $(t_0, y_0) \in [a,b]\times[a,b]$, функція $\varphi(y,t)$ неперервна на $[a,b]\times[a,b]$. Легко бачити, що функція

$$y(t) = y_0 + \int_{t_0}^t \varphi(y(s),s)ds$$

є розв‘язком нашої задачі. Але ця остання є нерухомою точкою такого відображення (оператора Пікара) $(Ay)(t) = y_0 + \int_{t_0}^t \varphi(y(s),s)ds$. Залишається з‘ясувати, за якої умови цей оператор є стиском. Додатково вимагатимемо від функції φ виконання умови Ліпшиця за першим аргументом: нехай існує така константа $L > 0$, що для будь-яких y_1, y_2, t

$$|\varphi(y_1,t) - \varphi(y_2,t)| \le L\,|y_1 - y_2|.$$

Розглянемо тепер $d(Ax, Ay)$. Маємо:

$$d(Ax,Ay) = \max_t |Ax(t) - Ay(t)| = \max_t \left|\int_{t_0}^t (\varphi(x(s),s) - \varphi(y(s),s))ds\right| \le \max_t \int_{t_0}^t L\,|x(s) - y(s)|\,ds \le$$

$$Ld(x,y)(b-a).$$

Якщо $L(b-a) < 1$, то оператор A є стиском. Отже, оператор Пікара має єдину нерухому точку, яку можна знайти методом послідовних наближень, ця ж функція є одночасно розв‘язком задачі Коші.

2. Теорема Брауера. Якщо послабити вимоги до відображення $F: X \to X$, прийдеться посилити вимоги до простору X .

Нехай V скінченно-вимірний лінійний простір над полем R дійсних чисел з евклідовою нормою ($x = (x_1,...,x_n), \|x\| = \sqrt{\sum_{j=1}^n x_j^{\,2}}$). Підмножина $X \subset V$ називається *опуклою*, якщо $\forall x, y \in X \quad \forall \lambda \in [0,1] \quad \lambda x + (1-\lambda)y \in X,$ тобто множина X разом з кожними двома своїми точками містить і відрізок, що їх з‘єднує. Крім того, будемо вважати X компактною (обмеженою і замкненою) множиною.

Теорема 2. (Брауер, 1910 р.) Нехай X опукла компактна підмножина скінченно-вимірного простору V , а $F: X \to X$ неперервне. Тоді існує нерухома точка відображення F .

Розглянемо одновимірний випадок, тобто $X=[0,1]$, а F неперервне відображення відрізка в себе. Тоді функція $F(x)-x$ змінює знак на $[0,1]$ і, як відомо з математичного аналізу, існує така точка $x^* \in [0,1]$, в якій ця функція обертається в нуль, тобто $F(x^*)=x^*$.

Теорема Брауера є узагальненням цього твердження на скінченно-вимірний випадок. Вже для двовимірного випадку теорема Брауера виглядає зовсім не очевидною. Чому, наприклад, неперервне відображення круга в себе мусить мати нерухому точку?

Існують різні доведення теореми Брауера, одне з них , в термінах комбінаторних властивостей симплексів, див . [2].

Наведемо приклад застосування теореми Брауера.

Теорема 3. Нехай $A: R^n \to R^n$ лінійний оператор, який задається матрицею (a_{ij}), всі елементи a_{ij} якої невід'ємні. Тоді A має власний вектор, всі координати якого невід'ємні.

Доведення. Позначимо через $R_+^{\,n}=\{x=(x_1,...,x_n): x_j \ge 0, j=1,2,...,n\}$. За умовою $A(R_+^{\,n}) \subset R_+^{\,n}$. Якщо в $R_+^{\,n}$ існує ненульовий вектор x такий, що $A(x)=0$, то цей вектор - шуканий (відповідне власне значення $\lambda=0$). Якщо такого вектора немає, тобто $A(x)\neq 0$ для всіх $x \in R_+^{\,n} \setminus \{0\}$, розглянемо функціонал $s(x)=\sum_{j=1}^{n} x_j$ і компакт $K=\{x \in R_+^{\,n} : s(x)=1\}$. Згідно з теоремою Брауера, відображення $f: K \to K,\ f(x)=\dfrac{A(x)}{s(A(x))}$ має нерухому точку $x^* \in K$. Для цієї точки $\dfrac{A(x^*)}{s(A(x^*))}=x^*$, тобто x^* - це власний вектор з власним значенням $\lambda=s(A(x^*))$.

Ю.Шаудер узагальнив теорему Брауера на нескінченно вимірний випадок.

Теорема 4. (Ю. Шаудер, 1927 р.) Нехай V опукла, замкнена, обмежена підмножина банахового простору , $F: V \to V$ неперервне відображення таке, що $F(V)$ передкомпактна множина. Тоді F має нерухому точку.

Одне з узагальнень принципу Шаудера, важливе для економічних застосувань, належить С. Какутані. Какутані розглядав також многозначні відображення.

Теорема 5. **(С.Какутані, 1941 р.)** Нехай K непорожній опуклий компакт в нормованому просторі X. Тоді всі бієктивні ізометрії компакта K в себе мають спільну нерухому точку.

Теореми про нерухомі точки мають застосування в різних галузях математики, а також в теорії ігор, математичній економіці. Наведемо один приклад такого застосування (доведення виходить за рамки цієї замітки).

Приклад 4. Конкурентна рівновага. Нехай R^l простір товарів і нехай існує n споживачів , кожен з яких має функцію корисності u_i на своїй споживчій множині X_i , про яку, для спрощення, вважатимемо $X_i = R_+^{\,l}$. Також є технологічна множина $Y \subset R_+^{\,l}$. Припустимо, що в економіці діють ціни p , які дозволяють кожному товарному вектору $x \in R^l$ співставити його вартість px. Функціонування економіки відбувається так. Виробник при діючих цінах p вибирає такий технологічний спосіб, який дає йому найбільший прибуток $\max\limits_{y \in Y} py$. Одержаний прибуток якось розподіляється між споживачами, в

результаті чого кожен з них одержує дохід $\beta_i(p)$. Цей дохід він витрачає на придбання споживчого набору x_i , так що $px_i \le \beta_i(p)$ Звичайно, якщо не виконується натуральний баланс у формі $\sum_i x_i = y$ (або хоча б нерівність $\sum_i x_i \le y$), ціна p відіграє незначну роль. Але якщо натуральний баланс виконується, кажуть, що набір $(p, y, (x_i))$ є *конкурентною рівновагою*.

Будемо припускати, що виконується закон Вальраса, тобто при будь-якій ціні

$$\sum_i \beta_i(p) = \max_{y \in Y} py.$$

А також: 1) функції корисності u_i неперервні і задовольняють деяку умову опуклості;

2) технологічна множина Y - опуклий компакт;

3) функції доходу β_i неперервні і додатні при $p > 0$. .

Тоді існує конкурентна рівновага.

Література

1. Кадец В.М. Курс функционального анализа.-Х.: ХНУ имени В.Н. Каразина, 2006.-600с.
2. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ.-М.: Наука,1984.-752 с.

Доведення нерівностей методом математичної індукції

Мохонько В.Д., Мохонько А.З.

Метод математичної індукції широко застосовується у різноманітних розділах математики, починаючи з питань подільності чисел і до найскладніших її галузей. Нажаль, він не розглядається у сучасній шкільній програмі. Тим не менше, він є важливим для освіти студентів, як один із методів формування навичок побудови гіпотез і їх доведень.

Індукція (лат. inductio – наведення) – міркування, що на основі часткових спостережень робить загальний висновок. *Неповна індукція* – метод виведення загальних гіпотез на основі достатньо великої кількості спостережень.

Неповна індукція не має доказової сили (у строгому математичному сенсі). Те, що у результаті неповної індукції можна одержати хибний висновок, показують наступні історичні приклади. П'єр Ферма (XVII ст.) висунув гіпотезу, що усі числа виду $2^{2^n} + 1, n \ge 0$ є простими, оскільки при $n = 0,1,2,3,4$ числа $2^{2^0} + 1 = 2,\ 2^{2^1} + 1 = 5,\ 2^{2^2} + 1 = 17, \ldots$ прості. Гіпотеза була спростована у наступному сторіччі Леонардом Ейлером, який довів, що, $2^{2^5} + 1 = 4\,294\,967\,297 = 641 \cdot 6700417$ є складним. У якості другого прикладу наведемо гіпотезу Лейбніца (XVII ст.). Він довів, що $n^3 - n \vdots 3, n^5 - n \vdots 5, n^7 - n \vdots 7$ і зробив припущення, що $\forall_\phi k \in \mathbb{N}\ n^k - n \vdots k\ \forall n \in \mathbb{N}$. Але згодом він виявив, що $2^9 - 2$ не ділиться на 9. Приклад помилкової гіпотези XX ст. дає припущення Д.А. Граве: $\forall \mathrm{p} \in \mathrm{Prime}$ $2^{p-1} - 1$ не ділиться на p^2. Безопосередня перевірка для $p \in \mathrm{Prime}, p < 1000$ підтвердила цю гіпотезу. Однак пізніше було встановлено, що при $\mathrm{p} = 1093 \in \mathrm{Prime}$ число $2^{1093-1} - 1$ ділиться на 1093^2. Отже припущення виявилося хибним. Таким чином, неповна математична індукція може бути джерелом гіпотез (що саме по собі є корисним), але не є методом строгого доведення.

Математична індукція або *повна індукція* – це метод строгого доведення, що базується на аксіомі індукції (5-а аксіома Пеано): твердження, яке залежить від натурального параметра n, вважається доведеним для всіх $n \geq k$, якщо воно доведене для $n = k$ (*базис індукції*) і з *припущення індукції*, що воно правильне для $n = m \geq k$, випливає його вірність при $n = m + 1$ (*індукційний крок*).

Трансфінітна індукція є узагальненням математичної індукції: твердження вважається доведеним для всіх елементів деякої цілком впорядкованої множини, якщо правильність цього твердження для будь-якого елемента випливає з його правильності для попередніх елементів. У якості прикладу можна навести принцип максимальності Куратовського-Хаусдорфа (еквівалентний аксіомі вибору та теоремі Цермело [1, с. 68-69]), що доводиться методом трансфінітної індукції.

Для демонстрації та напрацювання навичок розв'язування прикладів методом математичної індукції, найчастіше використовують задачі на подільність. Наприклад:

- довести, що $11^{n+2} + 12^{2n+1} \vdots 133, n \geq 0$
- довести, що $(6^{2n} - 1) \vdots 35, n \geq 0$

Часто використовуються приклади на доведення формул для числових послідовностей, наприклад:

- довести, що $1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \in \mathbb{N}$
- довести, що $1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}, n \in \mathbb{N}$

Вважаємо, що до цих прикладів варто додавати приклади на доведення нерівностей, оскільки нерівності часто використовуються для різноманітних оцінок. Зокрема, звернемо увагу на нерівність Я.Бернуллі: $(1 + x)^n \geq 1 + nx$, якщо $x > -1, n \in \mathbb{N}$, ([2], с. 12), що використовується, наприклад, для обчислення таких границь як $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{p}, p > 0$, $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n}$. Зауважимо, що нерівність Бернуллі можна також сформулювати в олімпіадному варіанті: довести, що $(1 + x)^{2015} \geq 1 + 2015x, x > -1$. Для розв'язання цієї задачі можна запропонувати індуктивний метод доведення, а також дедуктивний - через біном Ньютона, після чого порівняти їх складності (нюанси виникають при $x \in (-1,0)$).

Для закріплення навичок пропонуємо довести наступні нерівності: а) $2^n > n^2, n \in \mathbb{N}$ б) $2^{2015} > 2015^2$ в) при яких $a = \text{const} \in \mathbb{R}$ існує $n \in \mathbb{N}$ таке, що $a^n > n^2$.

Наведемо приклад розв'язання нерівності $2^n > 2n + 1$ на множині натуральних чисел. Безпосередня перевірка показує, що числа $n = 1$, $n = 2$ не задовольняють цю нерівність, а $n = 3$, $n = 4$ задовольняють. Виникає припущення, що будь-яке число $n \geq 3$ задовольняє нерівність $2^n > 2n + 1$.

- *база індукції*: при $n = 3$ нерівність виконується: $2^3 = 8 > 2 \cdot 3 + 1 = 7$
- *припущення індукції*: припустимо, що твердження вірне для $n = k$
- *крок індукції*: доведемо, що твердження вірне для $n = k + 1$

Справді, використовуючи *припущення індукції*, та нерівність $2k - 1 > 0\ \forall k \in \mathbb{N}$, маємо:

$$2^{k+1} = 2 \cdot 2^k > 2(2k + 1) = [2(k + 1) + 1] + [2k - 1] > 2(k + 1) + 1$$

Отже, згідно з принципом математичної індукції, розв'язком нерівності $2^n > 2n + 1$ є $\{n \in \mathbb{N}: n \geq 3\}$. Схожий приклад на розв'язання нерівності $2^n > n^3$ цікавий тим, що вона виконується при $n \geq 10$.

Серед важливих нерівностей, що доводяться методом математичної індукції, звернемо увагу на наступні:

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^n \leq \frac{a^n+b^n}{2}, a \geq 0, b \geq 0, n \in \mathbb{N}$$

$$|\sin nx| \leq n|\sin x|, x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$$

$$|a_1 + a_2 + \cdots + a_n| \leq |a_1| + |a_2| + \cdots + |a_n|, n \in \mathbb{N}, \{a_i\}_{i=1}^n \subset \mathbb{R}$$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} > \frac{2n}{n+1}, n \geq 2$$

Вважаємо, що метод математичної індукції, попри малий резерв часу, що виділяється на курс вищої математики у вищих навчальних закладах, має бути включений у програму, як один із методів формування, доведення чи спростування тверджень.

Література

1. Базілевич Л.Є. «*Дискретна математика в прикладах і задачах: підручник*». – Львів, видавець Чижиков І.Є., 2013, 487с.

2. Рудавський Ю.К. та ін. «*Математичний аналіз: навчальний посібник*», частина 1, Львів, видавництво НУ «Львівська політехніка», 2003, 404с.

Методика викладання вищої математики і уроки Сухомлинського

Черемних Є. В.

Наведемо деякі фрагменти з книги Сухомлінського В.О. [1] , які можуть бути цікавими також викладачам вищої школи.

Урок 9. Навчання, розвиток мислення школяра ґрунтується на свідомому засвоєнні матеріалу, проте не можна не враховувати те, не все можна пояснити… Я прагну поєднати мимовільну і довільну увагу, мимовільне і довільне запам'ятовування … Я раджу кожному вчителеві: аналізуючи вміст знань, чітко виділяйте в них те, що учні повинні твердо й міцно зберігати в пам'яті.

Дуже важливе вміння вчителя правильно визначити в програмі ті «вузли» знання, від міцності яких залежить розвиток мислення, розумових здібностей, уміння користуватися знаннями.

Чим складніший матеріал, який треба запам'ятати, чим більше узагальнень, висновків, правил, тим значнішим має бути «інтелектуальний фон» процесу навчання – тобто читання і, обдумування матеріалу, який не підлягає запам'ятовуванню… . Тобто, через інтерес до матеріалу, через бажання узнати, продумати, осмислити йде мимовільне заучування і збереження в пам'яті матеріалу…(ст..39-40).

Урок 11. Однією з причин труднощів у навчанні дітей є те, що знання нагромаджуються «про запас», «не йдуть в обіг»… . Знати – це значить уміти застосовувати і поглиблювати знання. Тобто знання – і мета і засіб (ст.. 45-46).

Урок 13. Не допускайте запам'ятовування того що ще не усвідомлене, не осмислене. Шлях від осмислювання фактів, речей, явищ до глибокого розуміння абстрактної істини (правила, формули, закону, висновку) лежить через практичну роботу, що якраз і є оволодінням знаннями. Уміння застосовувати знання в практичній роботі взагалі залежить від того як учень прийшов до запам'ятовування знань. Якщо вони залученні без осмислення, аналізу фактів, то учень не вміє їх застосовувати… (ст.51-52).

З наведених фрагментів можна зробити такий висновок. Опрацьовуючи важливе поняття, студент не може обмежитися коротким текстовим формулюванням, а повинен придивитися на нього з різних точок зору, продумати його у 2 – 3-х важливих, але простих прикладах. Саме разом з такими прикладами студент повинен закріпити в собі дане важливе поняття.

Ви скажете: на важливе поняття студенти зобов'язані приклади розв'язувати! Але ці приклади: 1) часто громіздкі, 2) обчислення відволікають від сутності.

Мова йде про прості, важливі і зрозумілі приклади

Проаналізуйте поняття «Власний вектор і власне значення». Задано оператор А в лінійному просторі L.

Означення. Елемент $x \in L$ називається власним елементом оператора А, якщо $Ax = \lambda x$, де λ - скаляр. Число λ називається при цьому власним значенням.

Задача. Знайти власні значення та власні вектори:

1) $L =$ □, вектори на площині , U поворот на кут α;

2) $L =$ □, оператор Р – проектування на координатну вісь;

3) $L =$ □, $Ax = [x, a]$, де $a =$ □ - даний вектор, $[x, a]$ - векторний добуток.

Сильний студент, продумавши добре означення, дасть відповідь:

1) Немає власних значень, повернутий вектор не може бути пропорційним вихідному (якщо $0^0 < \alpha < 180^0$).

2) Якщо вектор на осі, то $P_x = x$, отже власне значення $\lambda = 1$, якщо вектор перпендикулярний осі, то $P_x = x$, отже $\lambda = 0$.

3) Якщо $x = a$, то $Aa = [a, a] = 0$, отже $\lambda = 0$. Якщо x та a не колінеарні, то $[x, a] \neq 0$ і запис $[x, a] = \lambda x$, де $x \perp \lambda x$ неможливий.

Отже в 1) немає власних значень; 2) є два власних значення, 3) – одне.

Якщо такі міркування є важкими для студента, він повинен звернутися до обчислень, замінити оператор на його матрицю.

Матриці операторів.

1. Елементи $x =$ □ позначаємо стовпчиками $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$. Достатньо визначити $U\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ та $U\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

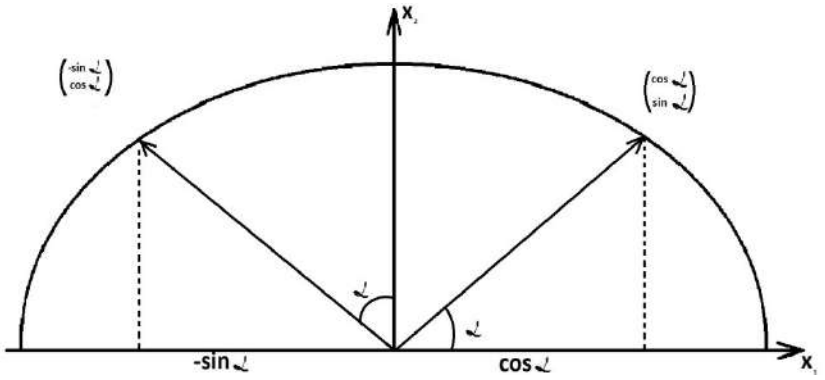


Рис.1

Маємо $U\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = U\left[x_1\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right] = x_1\begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} + x_2\begin{pmatrix} -\sin\alpha \\ \cos\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1\cos\alpha - x_2\sin\alpha \\ x_1\sin\alpha + x_2\cos\alpha \end{pmatrix}$

Отже матриця оператора $U = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$

Характеристичне рівняння:

$$\begin{vmatrix} \cos\alpha - \lambda & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha - \lambda \end{vmatrix} = (\cos\alpha - \lambda)^2 + \sin^2\alpha = 0,$$

не має розв'язків, отже не має власних значень

2. Нехай Р – оператор проектування на вісь OX_1, тоді

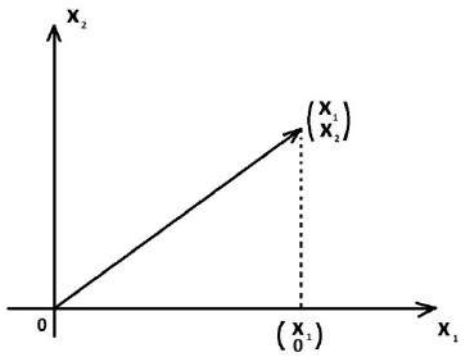


Рис.2

$P\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, отже матриця оператора $P\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ і характеристичне рівняння $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 \\ 0 & -\lambda \end{vmatrix} = -\lambda(1-\lambda) = 0$, має корені $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1$

Якщо і ця підказка не допоможе студенту зрозуміти, якими є власні вектори, то він повинен записати рівняння $(P-\lambda)x = 0$ в координатній формі як систему рівнянь і знайти розв'язки $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, окремо для $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1$.

Але зараз ми говоримо не про обчислення як такі, а про розуміння студентом означення власного вектора, про важливість задач в безкоординатній формі, про необхідність мати 2 – 3 задачі для серйозного обдумування. До речі, читач міг помітити, що наведені приклади придатні для опрацювання такого поняття, як матриця оператора.

Література

1. Сухомлінський В.О. Сто порад вчителеві,-к.: Рад. шк, 1988. – 304с.

Деякі геометричні застосування теорії груп

СтасюкМ.Ф., Таційй Р.М.

Апарат теорії груп є основним при вивченні явищ симетрії, що лежать в основі фундаментальних закономірностей сучасного природознавства. Саме тому теорія груп знайшла широке застосування не тільки в сучасній математиці, але й у ядерній фізиці, кристалографії, теорії відносності, криптографії, різних розділах хімії, в архітектурі, тощо.

Через це теорія груп, яка вивчається в курсі «Спеціальні розділи математики» для напряму підготовки «Управління інформаційною безпекою» в ЛДУ БЖД,як математичний апарат криптографії, є зразком сучасної математичної теорії, яка може бути проілюстрована конкретними прикладами геометричних задач вже знайомих і зрозумілих курсантам та студентам.

Зауважимо,що вивчення таких абстрактних понять, як поняття групи буде гарно сприйматись слухачами лише в тому випадку,коли її застосування будуть різноманітними і цікавими. Тому при вивченні теорії груп доцільно наголосити на групах перестановок і продемонструвати їх застосування до симетричних перетворень деяких геометричних об'єктів.

Розглянемо повороти правильного трикутника навколо його центра O.(Рис.1)

Вважатимемо, що два повороти співпадають, якщо вони відрізняються на повне число обертів. Є три повороти, які переводять правильний трикутник в себе: на 0^0, 120^0 і 240^0.

Помножити два повороти – це послідовно здійснити їх один за одним. Якщо позначити нульовий поворот за α_0, поворот на 120^0 за α_1, а поворот на 240^0 за α_2, то отримаємо правила множення поворотів, які можна подати у вигляді таблиці:

«•»	α_0	α_1	α_2
α_0	α_0	α_1	α_2
α_1	α_1	α_2	α_0
α_2	α_2	α_0	α_1

Таб.1

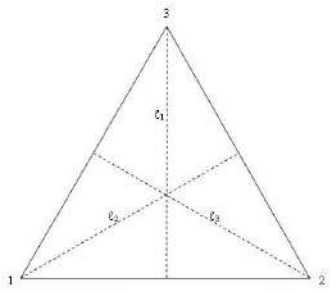


Рис.1

Окрім поворотів можна розглянути й симетричні перетворення правильного трикутника відносно його трьох осей симетрії: l_1, l_2, l_3. (Рис.1) Отже трикутник має ще три перетворення симетрії відносно цих осей, які позначимо $\alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ відповідно.

Можна перевірити, що відносно операції «•» – послідовного здійснення симетричних перетворень – сукупність симетрій $\{\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5\}$ утворює групу, в якій роль одиничного елемента виконує тотожне перетворення α_0.

Щоб дати алгебраїчну інтерпретацію сукупності симетрій правильного трикутника, охарактеризуємо кожну симетрію трикутника відображенням її вершин: $A_1 \to A_{i_1}$, $A_2 \to A_{i_2}$, $A_3 \to A_{i_3}$, де i_1, i_2, i_3 – це числа $1, 2, 3$, розміщені в довільному порядку. А це означає, що кожне перетворення симетрії правильного трикутника можна подати, як підстановку, а саме:

$$\alpha_0 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$
$$\alpha_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}. \qquad (1)$$

Ці підстановки утворюють групу S_3 підстановок з 3-х елементів. Перші три підстановки з (1) відповідають перетворенням поворотів навколо центра O і утворюють підгрупу парних підстановок A_3 з 3-х елементів . Ця підгрупа – циклічна група з твірним елементом α_1 або α_2. З таблиці 1 видно, що група поворотів навколо центра – комутативна.

Отже дослідження перетворень симетрії правильного трикутника зводиться до дослідження відповідних груп підстановок (1).

Всі перетворення симетрії квадрата є або поворотами $\varphi_0 = e, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ навколо центра O квадрата на кути $0^0, 90^0, 180^0, 270^0$ відповідно, або симетріями $\varphi_4, \varphi_5, \varphi_6, \varphi_7$ відносно осей k, l, які проходять через середини протилежних сторін квадрата та діагоналей m, n квадрата.

Аналогічно, як для правильного трикутника, вкажемо на підстановки, які відповідають симетричним перетворенням квадрата:

$$\varphi_0=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\1&2&3&4\end{pmatrix},\quad \varphi_1=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&3&4&1\end{pmatrix},\quad \varphi_2=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\3&4&1&2\end{pmatrix},\quad \varphi_3=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\4&1&2&3\end{pmatrix},$$

$$\varphi_4=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&4&3\end{pmatrix},\quad \varphi_5=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\4&3&2&1\end{pmatrix},\quad \varphi_6=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\1&4&3&2\end{pmatrix},\quad \varphi_7=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\3&2&1&4\end{pmatrix}.$$

Таким чином, група симетрій квадрата є власною підгрупою симетричної групи S_4. Вона позначається символом D_4..Зауважимо, що підгрупа групи D_4,яка складається з поворотів $\varphi_0,\varphi_1,\varphi_2,\varphi_3$ навколо центра О – циклічна група четвертого порядку з твірним елементом, наприклад, $\varphi_1 ==\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&3&4&1\end{pmatrix}$.

Як і у випадку правильного трикутника можна скласти таблицю множення симетричних перетворень квадрата (або відповідних підстановок).

Такий самий підхід застосуємо до дослідження групи симетрій ромба, яка складається з 4-х елементів: з тотожного перетворення β_0 , з поворотів β_1,β_2 навколо кожної з діагоналей ромба на 180^0 та з повороту ромба в його площині навколо центра O.

Цим перетворенням відповідають наступні підстановки його вершин:

$$\beta_0=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\1&2&3&4\end{pmatrix},\quad \beta_1=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&3&4\end{pmatrix},\quad \beta_2=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\1&2&4&3\end{pmatrix},\quad \beta_3=\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&4&3\end{pmatrix},(2)$$

а правила множення симетричних перетворень (2) ромба (або відповідних підстановок) можна подати, подібно як для трикутника, чи квадрата, у вигляді таблиці.

«•»	β_0	β_1	β_2	β_3
β_0	β_0	β_1	β_2	β_3
β_1	β_1	β_0	β_3	β_2
β_2	β_2	β_3	β_0	β_1
β_3	β_3	β_2	β_1	β_0

Таб.2

Зауважимо, що група симетричних перетворень ромба – це група Клейна четвертого порядку. Ця група – комутативна, проте не циклічна.

Група симетрій правильного $n-$кутника складається з поворотів на кути $0^0, \frac{360^0}{n}, \frac{720^0}{n}, \frac{30^0}{n}, ..., \frac{(n-1)360^0}{n}$ навколо центру $n-$кутника та n симетрій відносно прямих. Розміщення осей симетрії залежить від парності числа n.

Для парного n маємо $\frac{n}{2}$ осей симетрії, які проходять через середини протилежних сторін і $\frac{n}{2}$ осей,які проходять через протилежні вершини і центр багатокутника.Для непарного n осями симетрії є прямі,які проходять через вершини і центр $n-$кутника та середини протилежних сторін. Отже група симетрій правильного $n-$кутника складається з $2n$ перетворень Якщо ці перетворення описувати підстановками множини вершин правильного $n-$кутника,то відповідна група підстановок є підгрупою симетричної групи S_n. Ця група позначається, як і для квадрата, символом D_n.

Аналогічно досліджуються групи симетрій тетраедра та куба.

Так група симетрій тетраедра складається з 8-ми поворотів на кути 120^0 та 240^0 навколо прямих, які з'єднують вершини тетраедра з центром протилежної грані (медіани граней) та трьох поворотів тетраедра на кут 180^0 навколо кожної з трьох прямих, що з'єднують середини двох яких-небудь протилежних ребер (медіани ребер) тетраедра.

В даній роботі виписані всі підстановки , що відповідають цим поворотам, встановлені правила їх множення та виписані всі їх підгрупи.

Так вісім поворотів, які відповідають медіанам граней, можна описати наступними підстановками:

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \phi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix},$$

$$\phi_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \phi_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\phi_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \phi_6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix},$$

$$\phi_7 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \phi_8 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix},$$

а три повороти тетраедра на кут 180^0 навколо кожної з трьох медіан ребер можна описати підстановками:

$$\phi_9 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \phi_{10} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \phi_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Якщо до цих 11-и поворотів додати ще тотожне перетворення симетрії, що описується підстановкою $\phi_0 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, то отримаємо групу, яка ізоморфна знакозмінній підгрупі A_4 (підгрупі,що складається з парних підстановок) групи підстановок S_4 .Закон композиції « $\bullet$ » в цій групі може бути складений на основі правила множення підстановок. Як і у випадках симетрій трикутника чи квадрата, він може бути заданий таблицею.

Зауважимо,що в групі поворотів тетраедра є нетривіальні підгрупи:

- підгрупа 4-го порядку $H = \{\phi_0, \phi_9, \phi_{10}, \phi_{11}\}; H_4 = \{\phi_0, \phi_7, \phi_8\}$.
- підгрупи 2-го порядку, які є підгрупами групи $H: H_{01} = \{\phi_0, \phi_9\}, H_{02} = \{\phi_0, \phi_{10}\}, H_{03} = \{\phi_0, \phi_{11}\}$;
- підгрупи 3-го порядку, які складаються з поворотів на кути $0^0, 120^0$, 240^0 навколо відповідної медіани грані: $H_1 = \{\phi_0, \phi_1, \phi_2\}$, $H_2 = \{\phi_0, \phi_3, \phi_4\}$, $H_3 = \{\phi_0, \phi_5, \phi_6\}$, $H_4 = \{\phi_0, \phi_7, \phi_8\}$.

Нарешті група симетрій куба налічує 24 повороти навколо 13 осей симетрії: чотирьох діагоналей, трьох прямих, які з'єднують попарно середини граней куба, шістьох прямих, що з'єднують середини протилежних ребер куба.

Ця група може бути представлена деякою групою підстановок з 8-ми елементів (8 вершин куба) і є ізоморфною до групи різних перестановок чотирьох діагоналей куба, яка складається з 24-х елементів і тому є групою S_4 всіх перестановок з чотирьох елементів.

Зауважимо, що застосування апарату теорії груп до аналізу геометричних перетворень симетрії може бути використане для наукових досліджень курсантів та студентів напряму підготовки «Управління інформаційною безпекою».

Література

1. Л.А.Калужнин, В.И.Сущанский Преобразования и подстановки / Калужнин Л..А, Сущанский В.И. – М.: Наука, 1985. – 159 с.
2. П.С.Александров Введение в теорию групп / Александров П.С. – М.Наука, ГРФМЛ, 1980. – 143 с.
3. О.В.Вербіцький Вступ до криптології / Вербіцький О.В. – Львів ВНТЛ, 1998.- 247 с.

Система пропедевтичних вправ елементарної алгебри тригонометричних підстановок

Бохонова Т.Ю., Гроза В.А., Лещинський О.Л., Тихонова В.В. , Томащук О.П.

Не останньою з основних задач математичної освіти майбутніх молодших спеціалістів-програмістів є виховання нестандартного, креативного мислення. Одним з кроків такого виховання може стати лінія «штучних методів». На думку авторів статті, для того, щоб у подальшому студенти, фахівці використовували відомі і будували нові «штучні методи» розв'язання поставлених задач, в процесі отримання математичної освіти вони повинні зрозуміти мотиви, причини, мету і задачі їх використання. Одним з таких методів є метод тригонометричних підстановок. Майже вперше, як правило, студенти чують про

можливу тригонометричну підстановку, зустрічаючись з питанням знаходження невизначеного інтеграла $\int \sqrt{a^2 - x^2}\,dx$. Здогадатись, що одним з методів його знаходження є використання підстановки $x = a\sin t, \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, вдається одиницям. В подальшому, при вивченні теми «Тригонометричні підстановки», студент дізнається, що при обчисленні інтегралів виду $\int R\left(x, \sqrt{a^2 - x^2}\right)dx$, $\int R\left(x, \sqrt{a^2 + x^2}\right)dx$, $\int R\left(x, \sqrt{x^2 - a^2}\right)dx$ ефективними є тригонометричні підстановки, які перетворюють інтеграли, що містять ірраціональність, в інтеграли, раціональні відносно $\sin x$ і $\cos x$.

Сама ідея тригонометричних підстановок начебто береться з нівідкіля, і тому сприймається студентами як дещо надумане. З іншого боку, автори підібрали невеликий комплекс пропедевтичних вправ елементарної алгебри, які готують мислення студентів до використання тригонометричних підстановок. Наведемо деякі елементи цього комплексу.

Приклад 1. Розв'язати рівняння:

$8x(2x^2 - 1)(8x^4 - 8x^2 + 1) = 1$.

Очевидно, що $|x| < 1$, оскільки при $|x| \geq 1$ виконуються нерівності:

$2x^2 - 1 \geq 1$ та $8x^4 - 8x^2 + 1 \geq 1$.

Тут можна зауважити, що тригонометрична підстановка і тригонометрична відповідь, взагалі кажучи, не притаманні традиціям алгебраїчних рівнянь, але, в даному випадку, зручними є наступні міркування.

Нехай $x = \cos t, \quad 0 < t < \pi.$

$2x^2 - 1 = 2\cos^2 t - 1 = \cos 2t$;

$8x^4 - 8x^2 + 1 = 2(2x^2 - 1)^2 - 1 = 2\cos^2 2t - 1 = \cos 4t$.

Тоді $8x(2x^2 - 1)(8x^4 - 8x^2 + 1) = 8\cos t \cos 2t \cos 4t = 1$.

Домножимо ліву і праву частину на $\sin t$:

$4 \cdot 2\sin t \cos t \cos 2t \cos 4t = \sin t$; $\quad \sin 8t - \sin t = 0$; $\quad 2\cos\frac{9}{2}t \sin\frac{7}{2}t = 0$,

$t_1 = \frac{2}{7}\pi k \quad (k = 1, 2, 3 \text{ при } 0 < t < \pi)$, $\quad t_2 = \frac{\pi}{9} + \frac{2}{9}\pi k \quad (k = 0, 1, 2, 3 \text{ при } 0 < t < \pi)$.

Відповідь: $x \in \left\{\cos\frac{2}{7}\pi; \cos\frac{4}{7}\pi; \cos\frac{6}{7}\pi; \cos\frac{\pi}{7}; \frac{1}{2}; \cos\frac{5}{9}\pi; \cos\frac{7}{9}\pi; \right\}$.

Приклад 2. Розв'язати рівняння $8x^3 - 6x - 1 = 0$.

Спочатку, використовуючи відому теорему про структуру раціональних коренів рівняння $\sum_{k=0}^{n} a_k x^k = 0$, де $a_k \in Z$, можна з'ясувати, що раціональних коренів немає. Потім запропонуємо зробити підстановку: $x = \cos y$, $0 \leq y \leq \pi$, тоді

$8\cos^3 y - 6\cos y - 1 = 0$, $\quad 2\left(4\cos^3 y - 3\cos y\right) = 1$, $\quad \cos 3y = \frac{1}{2}$,

звідки $y_1 = \frac{\pi}{9}$, $y_2 = \frac{7\pi}{9}$, $y_3 = \frac{5\pi}{9}$. Тоді $x_1 = \cos\frac{\pi}{9}$, $x_2 = \cos\frac{7\pi}{9}$, $x_3 = \cos\frac{5\pi}{9}$.

Приклад 3. Числа x, y, такі що $x^2 + y^2 = 1$. Якого найбільшого значення може набувати вираз $4x^2 + 2xy + 2y^2$?

Нехай $x=\cos t$, $y=\sin t$. Тоді

$$4x^2+2xy+2y^2=4\cos^2 t+2\sin t\cos t+2\sin^2 t=$$

$$4\frac{1+\cos 2t}{2}+\sin 2t+2\frac{1-\cos 2t}{2}=3+\cos 2t+\sin 2t\le 3+\sqrt{2}.$$

Це значення є найбільшим і досягається.

Приклад 4. При кожному значенні параметра a розв'язати рівняння

$$x(2x^2-1)\sqrt{1-x^2}=a.$$

Після знаходження О.Д.З. : $|x|\le 1$, пропонується підстановка $x=\cos t$, $0\le t\le\pi$.

$$\cos t\cdot\cos 2t\cdot\sin t=a,\quad \sin 4t=4a.$$

Тоді $|a|\le\frac{1}{4}$, $x=\cos\left((-1)^k\cdot\frac{1}{4}\arcsin 4a+\frac{\pi k}{4}\right)$,

при $0\le a\le\frac{1}{4}$, $k=0,1,2,3$; при $-\frac{1}{4}\le a\le 0$, $k=1,2,3,4$.

Приклад 5. Нехай $P_1(x)=x^2-1$, $P_k=P_1(P_{k-1}(x))$, $k=2,3,\ldots$. Довести, що для довільного $n\in\mathrm{N}$, всі корені рівняння $P_n(x)=x$ дійсні і різні.

1. Спочатку бажано уяснити/зрозуміти умову задачі.

$$P_1(x)=x^2-2,$$

$$P_2(x)=P_1(P_{2-1}(x))=P_1(P_1(x))=P_1(x^2-2)=\left((x^2-2)-2\right)^2-2,$$

$$P_3(x)=P_1(P_{3-1}(x))=P_1(P_2(x))=P_1((x^2-2)^2-2)=\left(\left(x^2-2\right)^2-2\right)^2-2,$$

…

2. Потім для подальшого дослідження можна запропонувати заміну $x=2\cos\alpha$. Тоді

$$P_1(x)=(2\cos\alpha)^2-2=4\cos^2\alpha-2=2\left(2\cos^2\alpha-1\right)=2\cos 2\alpha,$$

$$P_2(x)=(2\cos 2\alpha)^2-2=2\left(2\cos^2 2\alpha-1\right)=2\cos 4\alpha,\ldots,\quad P_n(x)=2\cos 2^n\alpha.$$

Тому рівняння, задане в умові, набуває вигляду:

$$2\cos^n\alpha=2\cos\alpha,\quad 2\left(\cos 2^n\alpha-\cos\alpha\right)=0,\ \text{і}\quad \sin\frac{(2^n-1)\alpha}{2}\cdot\sin\frac{(2^n+1)\alpha}{2}=0.$$

Корені цього рівняння мають вигляд: $\alpha_1=\frac{2k\pi}{2^n-1}$; $\alpha_2=\frac{2m\pi}{2^n+1}$.

Розв'язки даного рівняння для подальшого аналізу зручно записати у вигляді двох серій:

$$x_1=2\cos\frac{2k\pi}{2^n-1},\quad k=0,1,\ldots,2^{n-1}-1;\qquad x_2=2\cos\frac{2m\pi}{2^n+1},\quad m=1,2,\ldots,2^{n-1}.$$

При вказаних значеннях k,m, аргументи косинусів належать проміжку $(0;\pi]$. На цьому проміжку функція $x=\cos\alpha$ монотонно спадає, тому на цьому проміжку всі значення x, що належать одній серії, різні.

3. Покажемо, що значення x з різних серій також різні. Міркуємо від супротивного. Нехай

$2\cos\frac{2k\pi}{2^n-1}=2\cos\frac{2m\pi}{2}$. Тоді $\frac{2k\pi}{2^n-1}=\frac{2m\pi}{2}$ або $k(2^n+1)=m(2^n-1)$.

Числа 2^n+1 і 2^n-1 взаємно прості, оскільки вони парні, а їх спільний дільник повинен бути і дільником їх різниці, яка дорівнює 2. Тому k повинно ділитись на 2^n-1, а m на 2^n+1, а це протирічить вказаним k і m.

Таким чином, знайдені 2^n різних дійсних коренів для рівняння $P_n(x)=x$.

Многочлен $P_n(x)-x, n\geq 1,$ має степінь 2^n, і тому вказаний набір вичерпує всю сукупність коренів цього многочлена.

Література:

1. Шарыгин И.Ф., Голубев В.И. Факультатиный курс по математике: Решение задач: Учеб. пособие для 111 кл. сред. шк. – М.: Прсвещение, 1991. – 384 с.
2. Математичні олімпіадні змагання школярів України: 2007-2008 та 2008-2009 [Текст]: За ред.. Б.В. Рубльова. – Львів: Каменяр, 2010. – 549 с.

Про авторське бачення можливостей використання "Практикуму з математики"

Мохонько В.Д., ***Васіна Л.С.***

Практикум є результатом роботи над завданнями для слухачів підготовчих курсів, завдань для вступних випробувань у різні ВНЗ I-II рівнів акредитації та аналізу завдань відповідних розділів ДПА і ЗНО. Практикум – частина 1 тому, що у ньому не розглянуто розділи математики, які вивчаються у 10-11 класах. Відповідна робота ще попереду.

Метою створення Практикуму було одержати такий підручник, який би дозволяв в основному на I-му та II-му рівнях повторити, узагальнити і закріпити знання з математики за основну школу і в той же час привчити учнів до форми опитування притаманній ЗНО, а також до комплексних питань. Наприклад, в темі "Пропорції", пропорційне ділення пропонується задача "Кути опуклого чотирикутника пропорційні числам 1:2:3:4.Знайти найбільший з них". Тобто, для її розв'язання необхідно знати, що сума кутів опуклого чотирикутника дорівнює 360°, а далі використати пропорційне ділення. Викладач може по аналогії записати низку подібних завдань та трикутники, чотирикутники, многокутники. В темі "Модуль та його властивості" пропонується розв'язати, наприклад, нерівності $|x-5|<0,\ |2x+3|>-5$ і т.д., які фіксують увагу на властивостях модуля. Далі можна було б розглядати приклади типу $|2x-1|\cdot|3-x|<0,\ |5x+2|+\sqrt{x^2}>-2$ і т.д. В темі "Нерівності" звертаємо увагу на випадки, коли одна точка включається в розв'язок, наприклад: $\frac{(x+2015)^2(x-10)}{-x-10}\geq 0$ – знайти суму цілих розв'язків нерівності. Відповідь: –2005.

Завдання з теми "Функції та їх властивості" містять питання, які відповідають схемі дослідження функції, включаючи інтервали монотонності та екстремальні значення, які визначаються без використання похідної. Для розв'язання задач використовується або означення, або знання поведінки певних елементарних функцій та правила перетворення їх графіків. Наприклад: 1) Функції $f(x), g(x)$ – непарні, $f(2)=3, g(-3)=-2$. Обчислити $3f(-2)-2g(3);$ 2) Записати рівняння функції $y=\frac{k}{x}$, яка проходить через точку $A(0,5;-6);$

3) Серед даних функцій знайти парну (непарну, загального вигляду); 4) Для функції $y=\frac{2x+1}{x-1}$ знайти множину значень. Розв'язання останньої задачі потребує вміння знайти обернену функцію і знання її властивостей.

Із завдань підвищеної складності звертаємо увагу на розв'язування рівнянь виду $f(x)=g(x)$, де $f(x)$ – зростаюча, а $g(x)$ – спадна функція. Наприклад, розв'язати рівняння $\frac{1}{x^2}=\sqrt{x}$ (можна і так $\frac{1}{(x-3)^2}=\sqrt{x-3}$ ….). Такого типу завдання зустрічаються в завданнях ЗНО.

Розділ "Геометрія" крім класичних тем планіметрії – трикутники, чотирикутники, многокутники (правильні, опуклі), коло, круг та їх частини, включає тему "Вектори, дії з векторами", якому мало приділяється уваги в основній школі, хоча він є у програмі. Дії з векторами розглядаються у Практикумі як у геометричній, так і у алгебраїчній формі. Наприклад: 1) Знайти значення x при якому вектори $5x\vec{a}$ та $(10-x)\vec{a}$ спів напрямлені, протилежно напрямлені; 2) Нехай точка O є точкою перетину діагоналей паралелограма $ABCD$. Виразити вектор $O\vec{D}$ через вектори $A\vec{B}$ і $A\vec{D}$; 3) Знайти $|\vec{p}|$, якщо $\vec{p}=\vec{a}-2\upsilon$, $|\vec{a}|=3,\ |\upsilon|=2,\ \alpha=120^\circ$, де α – кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$; 4) Знайти косинус кута між векторами $\vec{k}=\vec{a}+3\upsilon$ та $\vec{m}=2\vec{a}-\upsilon$, якщо $|\vec{a}|=1,\ |\upsilon|=2,\ \alpha=60^\circ$ – кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$; 5) Завдання на умови колінеарності або перпендикулярності векторів тощо.

Практикум містить не тільки довідковий матеріал і взірці розв'язання типових прикладів, але й відповіді до всіх завдань 2-го та 3-го рівнів складності, що забезпечує самоконтроль при роботі з Практикумом.

Можна було б збільшити кількість прикладів з однотипними ідеями, але ми вважаємо, що в процесі роботи викладач або учень може самостійно скласти завдання, в основі яких лежать певні властивості навчального матеріалу. Бажано з боку викладача і запропонувати це учням. Така робота безумовно покращує засвоєння навчального матеріалу.

Вважаємо, робота з Практикумом буде ефективною, якщо довідковий матеріал учень перенесе в блокнот-довідник, а розібравши взірець розв'язання прикладу, закриє підручник і ще раз розв'яже даний приклад самостійно, а потім знайде подібний серед запропонованих і подолає його.

Даний Практикум допоможе учням повторити розділи математики за програмою основної школи і підготуватись до ЗНО по відповідних темах, ДПА та до вступних випробувань у коледжі та технікуми.

Література

1. Мохонько В.Д., Васіна Л.С. Практикум з математики. Частина 1. – Львів. : СПОЛОМ, 2015. – 262с.

Про диференціальні операції векторного поля, як необхідний інструмент в математичному моделюванні

О. О. Карабин, О. Ю. Чмир

З метою удосконалення фізико - математичної підготовки майбутніх фахівців важливою є повноцінна реалізація міжпредметних зв'язків математики з фізикою та іншими науками. Вища математика, як навчальна дисципліна, виконує одну з головних функцій в процесі навчання, оскільки її поняття дозволяють чітко сформулювати закони і закономірності інших наук, а її методи дають можливість приймати обґрунтовані рішення [2].

Жодне наукове дослідження не є повноцінним без побудови відповідної математичної моделі. Тому велику увагу в процесі викладання вищої математики слід приділити вивченню понять і теорем математичного та векторного аналізу, які використовуються в математичному моделюванні.

Векторний аналіз з'явився в математичній науці завдяки У. Гамільтону, який в 1843 році розглянув поняття кватерніонів, а згодом, в 1853 р., в своїй монографії ввів поняття вектора та вектор-функції. В 1846 р. Гамільтон описав диференціальний оператор «набла», а також визначив скалярний та векторний добутки, як операції над нововведеними об'єктами. Векторна символіка своєю компактністю та інварінтністю зацікавила фізиків, що видно з робіт Максвелла, а сучасного вигляду векторному численню надав Хевісайд в 1903 році [1].

На вивчення понять векторного аналізу у вищій школі, нажаль, приділяється дуже мало часу, або їх вивчення виноситься на самостійне опрацювання. При цьому не акцентується увага на застосуванні цих понять в таких дисциплінах, як фізика, механіка, термодинаміка та теплопередача та ін., а тому студенти сприймають ці поняття, як формальність, не бачачи перспектив їх використання.

Складовими частинами диференціального рівняння є диференціальні операції. До них належать градієнт, дивергенція, ротор (вихор). Вивчення цих понять вимагає розуміння понять скалярного та векторного добутку з аналітичної геометрії.

Оскільки градієнтом поля $u(x; y; z)$ в точці M називають вектор, координатами якого є значення частинних похідних функції в точці M, то в процесі викладання слід наголосити на тому, що саме в напрямку градієнта поле має найбільшу швидкість зміни, а в напрямку, перпендикулярному до градієнта швидкість зміни поля рівна *0*, оскільки саме ця властивість має широке практичне застосування.

Тепер акцентуємо увагу на фізичному змісті градієнта, який випливає з самого означення. Вектор $grad\, u$ не залежить від вибору системи координат, а його модуль і напрям у кожній точці визначається самою функцією $u(M)$. Наприклад, якщо з'єднати точки тіла, що мають однакову температуру, то отримаємо так звану ізотермічну поверхню. Температура в тілі змінюється тільки в напрямках, що перетинають ізотермічні поверхні. При цьому найбільший перепад температури на одиницю довжини відбувається в напрямку нормалі до ізотермічної поверхні і є не чим іншим, як градієнтом температури.

З поняттям градієнта тісно пов'язане поняття векторного поля. Якщо векторне поле співпадає в області G з полем градієнта деякого скалярного поля $u(M)$

$$\vec{a} = grad\, u, \tag{1}$$

то таке векторне поле $\vec{a}(M)$ називається потенціальним в області G.

Функція $u(M)$ називається скалярним потенціалом векторного поля $\vec{a}(M)$. Якщо $\vec{a} = (P, Q, R)$, то із рівності (1) випливає, що

$$P=\frac{\partial u}{\partial x},\ Q=\frac{\partial u}{\partial y},\ R=\frac{\partial u}{\partial z}.$$

Інколи потенціалом векторного поля $\vec{a}$ називають таку функцію *u*, що $\vec{a}=-grad\ u$.

Розглянемо приклади, які ілюструють взаємозвязок понять векторного аналізу та можливості їх реалізації технічними засобами навчання, зокрема програмою Maple.

Поле тяжіння точкової маси *m*, розміщеної в початку координат описується вектор-функцією

$$\vec{F}(M)=-\gamma\frac{m}{r^3}\vec{r},$$

γ – гравітаційна стала, $\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$, $r=|\vec{r}|=\sqrt{x^2+\overline{y^2+z^2}}$. З такою силою діє це поле на одиничну масу, розміщену в точці *M*(*x*, *y*, *z*). Поле тяжіння є потенціальним. Його можна подати у вигляді градієнта скалярної функції $u(M)=\frac{\gamma m}{r}$, яка називається ньютонівським потенціалом поля тяжіння точкової маси *m*. Дійсно,

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\gamma m\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{r}\right)=\gamma m\left(-\frac{1}{r^2}\right)\frac{\partial r}{\partial x}=-\frac{\gamma m}{r^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)=-\gamma m\frac{x}{r^3}.$$

Аналогічно, $\frac{\partial u}{\partial y}=-\gamma m\frac{y}{r^3}$, $\frac{\partial u}{\partial z}=-\gamma m\frac{z}{r^3}$, звідси

$$grad\ u=-\frac{\gamma m}{r^3}\left(x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}\right)=-\gamma\frac{m}{r^3}\vec{r}=\vec{F}(M).$$

Тепер розглянемо, як можна здійснити подібні обчислення за допомогою програми Maple. Нехай дано функцію $u(M)=\frac{\gamma m}{r}$, де γ – гравітаційна стала, $\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$, $r=|\vec{r}|=\sqrt{x^2+\overline{y^2+z^2}}$. Обчислимо її градієнт. Для цього потрібно підключити бібліотеку **linalg**, тобто введемо операцію

> restart: with(linalg):

у діалоговому вікні програми та натискаємо ↵. Далі вводимо функцію, градієнт якої шукаємо

> u:=gamma*m/sqrt(x^2+y^2+z^2);

та натискаємо ↵. Одержуємо

$$u:=\frac{\gamma m}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}.$$

Знайдемо градієнт функції *u*. Для цього використаємо команду

> grad(u,[x,y,z]);

та натискаємо ↵. Таким чином одержуємо

$$\left[-\frac{\gamma mx}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}},-\frac{\gamma my}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}},-\frac{\gamma mz}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\right].$$

За допомогою програми Maple можна також побудувати зображення векторного поля, яке задає градієнт функції *u*. Для цього задамо параметри $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н·м^2/кг^2 та *m* = 1 кг.

Підключимо пакет, за допомогою якого можна побудувати зображення векторного поля. Для цього введемо команду в діалоговому вікні Maple

> restart: with(plots):

та натискаємо ↵. Вводимо функцію *u*

> u:= 6.672*10^(-11)*1/sqrt(x^2+y^2+z^2);

та натискаємо ↵. Одержуємо

$$u := \frac{.6672000000\,10^{-10}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

Далі вводимо команду графічної побудови

> gradplot3d(u, x = -3..3, y = -4..4, z = -6..6, axesfont = [TIMES,ITALIC,10], color = black, labelfont = [TIMES,BOLD,14], labels = [x, y, z], thickness=2, scaling = CONSTRAINED ,style = patch, axes = frame);

та натискаємо ↵. Тоді одержуємо зображення векторного поля (Рис. 1.)

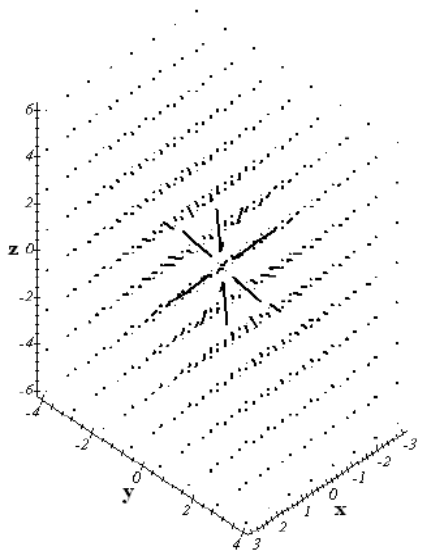


Рис. 1. Графічне зображення векторного поля

Дивергенцію можна розглядати як скалярний добуток вектора ∇ та векторного поля $\vec{U}(M)$. Слово дивергенція означає розбіжність. Дивергенція характеризує густину джерел даного векторного поля в розглянутій точці. Нехай двовимірним векторним полем є сукупність напрямків найшвидшого спуску на земній поверхні, то на місцезнаходження вершин та улоговин вкаже дивергенція, яка буде додатною у вершинах і від'ємною в улоговинах. Якщо $\vec{U} = \vec{\nu}$ є полем швидкостей під час протікання газу або потоку рідини, то $div\,\vec{U}$ дорівнює швидкості збільшення нескінченно малого об'єму. Якщо $\vec{U} = \vec{F}$ є силою, то $div\,\vec{U}$ є роботою (потужністю потоку).

Якщо розглянути векторний добуток символічного вектора ∇ і вектора $\vec{U}$:

$$\nabla \times \overline{U} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & k \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix},$$

то отримаємо вектор, який називають ротором векторного поля $\overline{U}$ і позначають $rot\,\overline{U}$. З механічної точки зору векторний добуток – це момент вектора. Під дією цього моменту векторне поле може обертатись. При цьому $rot\,\overline{U}$ є вектором подвоєної кутової швидкості обертання поля.

Команда **curl (*u*, [*x*, *y*, *z*])** у програмі Maple визначає ротор тривимірного вектора $\bar{u}$. Знайдемо ротор вектора $\vec{v} = (-\omega y, \omega x, 0)$. Підключимо бібліотеку **linalg**, ввівши операцію

> restart: with(linalg):

та натиснувши ↵. Далі вводимо вектор $\bar{v}$, ротор якого шукаємо

> v:=vector([-omega*y, omega*x, 0]);

та натискаємо ↵. Одержуємо вектор *v*, а саме $v := [-\omega y, \omega x, 0]$. Знаходимо ротор вектора $\bar{v}$ за допомогою операції

> curl(*v*,[*x*, *y*, *z*]);

Отримуємо координати вектора $[0,0,2\omega]$.

Описані диференціальні операції векторного поля фігурують в математичних моделях фізичних процесів. Так, в основній гіпотезі математичної теорії теплопровідності, величина теплового потоку через будь-яку ізотермічну поверхню дорівнює $-K\dfrac{\partial v}{\partial n}$, де K – коефіцієнт теплопровідності речовини, а $\dfrac{\partial v}{\partial n}$ – похідна від швидкості вздовж зовнішньої нормалі до поверхні, а це не що інше, як $grad\,v$. Операція дивергенції виникає в диференціальному рівнянні теплопровідності $\dfrac{\partial t}{\partial \tau} = a\,div(grad\,t) + f(x,y,z,\tau)$, де t – шукана функція температури, τ – час, a – коефіцієнт, який характеризує середовище, $f(x,y,z,\tau)$ – функція, що описує внутрішні джерела тепла.

Як бачимо, диференціальні операції векторного поля несуть в собі глибокий фізичний зміст і поряд з тим мають символічний математичний характер. В процесі викладання вищої математики студентам та курсантам технічних вузів слід особливо акцентувати увагу на цх поняттях, показувати на прикладах, де саме ці поняття виникають у фізиці та техніці, звертати увагу на символічний характер цих понять, а також поряд з традиційними методами викладання використовувати сучасні інформаційні засоби, що дозволить активізувати навчальний процес, покращити його якість, сприятиме глибшому засвоєнню матеріалу.

Література

1. Александрова Н. В. Формирование основных понятий векторного исчисления / Н. В. Александрова // Историко-математические исследования − М.: Наука, 1982. − № 26. − С. 205-234.
2. Деркач М.И. Проблема совершенствования преподавания математики/ М.И. Деркач, Ю. Е. Обжерин, А.Ф. Хрусталёв. – Севастополь: СевНТУ, 2010. – Вып. 105. – С. 27-34.

3. Скатецкий В.Г. Математическое моделирование физико-химических процессов/ В.Г. Скатецкий. – Минск: Высшая школа, 1981. – 141 с.
4. Крилова Т.В. Проблеми навчання математики в технічному вузі/ Т.В. Крилова. – К.: Вища школа, 1998. – 438 с.
5. Карслоу Г. Теплопроводность твердых тел/ Г. Карслоу, Д. Егер. – Москва: Наука, 1964. – 464 с.
6. Исаченко В.П. Теплопередача/ В.П. Исаченко. – Москва: Энергия, 1975. – 488 с.
7. Овчинников П.Ф. Вища математика, ч. 1./ П.Ф. Овчинников. – Київ: Техніка, 2000. – 552 с.

Роль схем, таблиць і малюнків при вивченні математики

В.І. Нестерук

Математика є важливою основою при вивченні різних дисциплін, зокрема і медичних. Від того як подається матеріал залежить майбутній рівень знань студентів, їхня зацікавленість при вивченні даної дисципліни. Традиційно таблиці та малюнки використовували у навчальному процесі. Однак при сучасному вивченні математики доцільно поєднувати таблиці та малюнки, пов'язуючи їх зв'язками. Це спрощує процес сприйняття та розуміння матеріалу, підвищує рівень знань студентів. Саме цим обгрунтовується актуальність теми дослідження.

Мета дослідження полягає у визначенні впливу схем, таблиць та малюнків (СТМ) на виникнення у студентів логічного мислення, формування правильності встановлення зв'язків, вміння співставляти вивчені факти і закономірності між об'єктами [1].

Дослідження показало, що поєднання СТМ при вивченні математики сприяє швидкому, ефективному вивченні матеріалу, швидкому поновленню вивчених тем при підготовці до самостійних, контрольних робіт та екзаменів. Особливо це важливо врахувати, коли розглядаються складні теми. Розглянемо переваги використання СТМ. Схеми дозволяють:

- логічно встановлювати зв'язки між об'єктами, темами;
- прослідковувати закономірності між темами;
- встановлювати існуючі та нові залежності.

Таблиці, малюнки дають можливість:

- логічно та раціонально покласифікувати об'єкти;
- покращити візуальне сприйняття нових фактів матеріалу;
- за короткі проміжки часу вивчити, закріпити та повторити матеріал;
- сконструювати власні, подібні таблиці та малюнки.

Потрібно залучати студентів до створення СТМ на початку та в кінці теми, оскільки при створенні СТМ студенти ефективніше засвоюють новий матеріал. При проведенні занять доцільно задавати студентам створювати СТМ до проведених занять у позааудиторний час, а вже на наступному занятті важливо їх обговорювати та корегувати, що сприятиме ефективнішому вивченні тем, які виносяться на самостійну роботу.

Висновки. Результати досліджень показали, що СТМ відіграють важливу роль у процесі навчання математики та підвищують результативність студентів в середньому на 25% і сам процес вивчення математики викликає у студентів зацікавленість.

Література

1. Нестерук В.І. Короткий математичний атлас в схемах, таблицях, рисунках [Ілюстрації]: навч. посібн. – Львів: СПОЛОМ, 2013. – 60 с.: іл.

Формування нової свідомості на заняттях з математики

Васильків І.М.

Вироблення високої фахової компетенції неможливе, зокрема, без формування нової свідомості, що має сприяти успішній адаптації молодих фахівців до швидкозмінних умов і високих вимог сьогодення. Формування такої свідомості відбувається насамперед через ознайомлення з новітніми досягненнями природничих та гуманітарних наук. Оскільки обсяг знань швидко зростає, то цілком імовірно, що з часом появиться новий загальнонауковий навчальний комплекс, покликаний оперативно аналізувати й осмислювати досягнення і прогнозувати тенденції розвитку. Моральним обов'язком викладача є постійне підвищення свого професійного рівня і пошук шляхів та можливостей донесення нового в доступній формі до тих, хто навчається. Історія науки не тільки надає для здійснення цього обов'язку якнайширші можливості, але й відкриває перед викладачем різноманітні шляхи його реалізації. Звернення до історії наукових винаходів змінює сприйняття математичних фактів, наповнює їх особистісними і культурними смислами, вписує ці факти в історію цивілізації. До того ж таке звернення може бути ефективним засобом морального й естетичного виховання.

Одним із можливих шляхів реалізації вищесказаного може бути ознайомлення учнів та студентів із фактами життя та діяльності видатних математиків.

Зокрема, під час вивчення теми "Визначений інтеграл" або теми, де вводиться поняття поверхні (аналітична геометрія), або ж при знайомстві з комплексними числами є нагода згадати великого німецького математика Георга Фрідріха Бернгарда Рімана (1826 – 1866).

Ф. Кляйн писав про Рімана: "У ньому бачимо типові задатки генія… Своєю всеосяжною геніальністю він перевершував усіх своїх сучасників… Появився наче яскравий метеор, аби швидко згаснути: його діяльність тривала всього п'ятнадцять років..."

Та Кляйн помилявся: по смерті Рімана, котрий не дожив до 40 років, його зірка запалала яскравіше. Хоча посмертна збірка праць Рімана вмістилася в одному томі, значення зробленого ним у математиці колосальне. Можливо, ми й досі не можемо оцінити його до кінця.

Б. Ріман народився в бідній сім'ї лютеранського пастора. Його мати померла молодою. Ще в школі він познайомився з роботами Л. Ойлера та А. Лежандра. Директор гімназії в Люксембурзі, де навчався Ріман, помітив здібності учня і дозволив йому користуватися своєю бібліотекою. Одного разу юнак упродовж тижня опанував книжку Лежандра з теорії чисел обсягом 900 сторінок.

Від 1846 р. в Гьоттінгенському університеті Ріман вивчав теологію і відвідував лекції К. Гаусса, завдяки чому зацікавився проблемами геометрії. У 1847 – 1849 рр. навчався в Берлінському університеті, де в той час працював П. Діріхле, який істотно вплинув на

формування наукових інтересів Рімана. 1849 р. під керівництвом Гаусса Ріман розпочав роботу над дисертацією. Працював дуже інтенсивно, виснажуючи свій організм до нервового розладу. Його здоров'я дедалі погіршувалося через невтішний фінансовий стан. Робота над дисертацією зайняла п'ять років. Від 22 до 28 років учений не мав жодних доходів.

Знайомство з професором Г. Вебером породило інтерес Рімана до проблем математичного вивчення природи. Він зацікавився зв'язком між простором, матерією, тяжінням і світлом, передбачаючи, що їх не можна відокремлювати одне від одного. Учений був близький до того, щоби математично об'єднати електрику й магнетизм, які він уважав проявами однієї сили.

10 червня 1854 р. на філософському факультеті в Гьоттінгені для здобуття звання приват-доцента Ріман прочитав лекцію "Про гіпотези, які лежать в основі геометрії". Те, про що йдеться в цій роботі, стосується природи простору на найфундаментальнішому рівні. Тепер ця лекція вважається однією з найважливіших праць за всю історію математики. Лише через десятиліття її ідеї були освоєні математиками і стали математичною основою найреволюційнішої наукової теорії XX ст. – загальної теорії відносності Айнштайна. Можливо, Ріман розвинув би ці глибокі ідеї, якби так рано не помер…

Ріман побудував загальну теорію, в якій геометрія Лобачевського – Бойаї – Гаусса є частинним випадком. У рімановій геометрії простір не має меж, але не є нескінченно протяжним; немає паралельних прямих; усі прямі мають однакову довжину; кожні дві прямі перетинаються у двох точках; усі перпендикуляри до даної прямої перетинаються в двох точках; сума кутів трикутника завжди більша за 180 градусів і прямує до 180 градусів, коли площа трикутника прямує до нуля; два подібні трикутники обов'язково конгруентні. Геометрія Рімана виконується на сфері, якщо великі круги сфери вважати прямими лініями.

1854 р. вчений подав до Гьоттінгенського університету роботу "Про зображення функцій тригонометричними рядами", де введено строге поняття визначеного інтеграла (інтеграл Рімана).

Його робота "Основи загальної теорії функцій однієї комплексної змінної" поклала початок геометричній науці про властивості простору – топології.

1859 р. Ріман стає ординарним професором математики в Гьоттінгені. Того ж року його обирають до Берлінської АН. Для цього він подає до академії роботу "Про кількість простих чисел, менших від заданої величини". У цій роботі сформульовано гіпотезу про нулі дзета-функції, яку на другому Міжнародному Математичному Конгресі (1900) Д. Гільберт назвав однією з найважливіших проблем математики. Гіпотеза Рімана – одна із задач тисячоліття (Millenium Prize Problems), за розв'язання якої інститут Клея встановив винагороду в мільйон доларів. Визначним математичним проблемам притаманна якась первісна таємничість і краса, що торкається кожного з нас, і нема сумніву в тому, що доведення гіпотеза Рімана, подібно до доведення теореми Ферма і гіпотези Пуанкаре, стане подією, яка вийде за межі математики.

Звісно, на занятті викладач зможе зробити акцент на частині з наведених фактів. Та й сам підхід до відбору історичного матеріалу може бути різним, але в будь-якому разі він має сприяти досягненню основних навчальних цілей, з-поміж інших і стимулювати бажання до розширення та поглиблення знань, насамперед шляхом самостійних пошуків. Зрозуміло, що такий матеріал має бути органічно поєднаний з темою заняття, доповнювати, поглиблювати і продовжувати основний матеріал.

Організація, підготовка та проведення обласних конкурсів з фахової майстерності та олімпіад

Довгань Д.Ю.

Підтримка та розвиток обдарованості є одним із пріоритетних напрямків сучасної освіти, оскільки розвиток будь – якої країни, регіону, міста залежить саме від здатності її громадян нестандартно, креативно мислити, впроваджувати перспективні інновації в різні сфери суспільного життя. Талановита молодь – це той ресурс, з якого створюється інтелектуальна і творча еліта. Обдарована молодь в будь-якому суспільстві має розглядатися як національне надбання.

Зважаючи на важливість та актуальність дослідження проблеми обдарованості людини, Указом Президента України від 25 червня 2013 року №344/2013 схвалена Національна стратегія розвитку освіти в Україні на період до 2021 року, створений Інститут обдарованої дитини НАПН України, впроваджуються Обласні цільові програми роботи з обдарованою молоддю на 2013-2017 роки тощо.

Разом з тим є необхідність поліпшення науково-методичного та організаційно-спонукального забезпечення функціонування системи виявлення, розвитку і підтримки студентів технікумів та коледжів, що виявляють різні види обдарованості, в реальному соціально-економічному та освітньому просторі України.

У Вінницькому технічному коледжі на високому рівні організована робота з обдарованою молоддю. Щорічно в коледжі проводиться понад 25 внутрішніх олімпіад з таких дисциплін: «Історія України», «Інформатика», «Радіотехніка», «Фізика», «Біологія», «Хімія», «Математика», «Основи інформатики», «Українська мова», «Іноземна мова», «Елекротехніка», «Економіка підприємства», «Менеджмент», «Електроустаткування автомобілів та тракторів», «Будова й експлуатація автомобілів та тракторів», «Правила дорожнього руху» **та конкурсів фахової майстерності**: з української мови імені Петра Яцика, мовно-літературний конкурс імені Т.Г.Шевченка, «Бій умілих математиків, фізиків, хіміків, географів», «Найрозумніший» (по комісії природничо-математичних дисциплін та основ інформатики), « Гра - змагання між командами фінансового та економічного відділень,» «Конкурс на розробку маршруту по Вінницькій області», «Кращий за професією» (фінансові дисципліни), «Найрозумніший» (безпека життєдіяльності та охорона праці). На базі циклових комісій створюються робочі групи з підготовки студентів до участі у коледжівських, обласних, Всеукраїнських, Міжнародних олімпіадах і конкурсах. Результатом цієї роботи є щорічні перемоги студентів навчального закладу в обласних, Всеукраїнських та Міжнародних змаганнях. За період з 2008 по 2015 рік маємо переможців та призерів: обласних олімпіад та конкурсів – 104; Всеукраїнських олімпіад та конкурсів – 29; Міжнародних олімпіад та конкурсів – 28.

Коледж став лауреатом конкурсу ІІ ступеня на Міжнародному форумі «Інноватика в сучасній освіті» у номінації «Науково-методичний та організаційний супровід упровадження інновацій у систему освіти регіону», тема роботи «Організація роботи єдиного інформаційно-освітнього середовища базового навчального закладу технікумів і коледжів Вінницької області» (автори: Довгань Д.Ю., Моторна Л.В., Бортнік В.М.).

У 2014 році коледж нагороджений дипломом Міністерства освіти і науки України і Національною академією педагогічних наук України у номінації «Використання інноваційних педагогічних технологій у навчально-виховному процесі»; дипломом Товариства «Знання» України і Центром «Виставки. Презентації» за розвиток соціальної активності студентів вищих навчальних закладів І-ІІ рівнів акредитації; Почесною грамотою соціальних служб по роботі з молоддю та сім'єю Вінницької міської ради за розвиток та досягнення волонтерського руху.

Студенти коледжу стали переможцями міського конкурсу серед ВНЗ I-II р.а. «Студенти мають таланти» де вибороли гран-прі з преміальною винагородою у сумі п'ять тисяч гривень. Студентка першого курсу комп'ютерного відділення Супрун Віталія ввійшла в групу переможців Всеукраїнського конкурсу статей в проекті «Свобода. Демократія. Медіа», оголошеного Медіашколою Freedom Ukraine – Академія Української Преси за підтримки проекту MYMEDIA.

Протягом останніх п'яти років коледж є переможцем обласних та міських спартакіад серед студентів ВНЗ I-II рівнів акредитації. Серед спортсменів коледжу – Коба Джойс, чемпіон Європейської першості з бігу на 200 м серед молоді (м. Баку, Азербайджан), срібний призер других літніх юнацьких олімпійських ігор з бігу на 200 м (м. Нанкін, Китай); Хомяк Вікторія, учасниця Європейської першості з баскетболу серед молоді, учасниця чемпіонату світу зі стрітболу (м. Москва, Росія), Шедова Катерина – волейбол, молодіжна збірна України. Щорічно до складу збірних області з різних видів спорту входять 20 – 30 студентів коледжу.

Серед випускників коледжу мали здобутки під час навчання: Чеховська Олена – кульова стрільба, багаторазова чемпіонка Європи, Миколюк Анатолій – пауерліфтинг, учасник 14 параолімпійських ігор у Лондоні, 2012 рік; призер першості Європи, 2013 рік, Хвалінський Сергій – пауерліфтинг, призер першості Європи, 2013 рік.

Зважаючи на досить вагомі здобутки студентів коледжу на обласному, Всеукраїнському, Міжнародному рівнях, досвід роботи педагогічних працівників Вінницького технічного коледжу з обдарованою молоддю, адміністрацією та педагогічним колективом Вінницького технічного коледжу була визначена стратегічна мета – створення умов для формування і розвитку соціально зрілої та творчої особистості для кожного студента коледжу.

З метою вдосконалення процесу узагальнення набутого досвіду педагогічного супроводу обдарованої студентської молоді, пошук його нових форм і методів та створення умов для формування особистості творчого, креативного фахівця шляхом подальшого впровадження інформаційних технологій та нетрадиційних форм і методів навчання, у січні 2015 року у Вінницькому технічному коледжі запроваджений проект «ЦЕНТР РОЗВИТКУ ТА ПІДТРИМКИ ОБДАРОВАНОЇ СТУДЕНТСЬКОЇ МОЛОДІ».

Завданнями Центру є:

- ✓ розробка, налагодження та впровадження ефективних методичних засобів і технологій пошуку, навчання, виховання та вдосконалення роботи з обдарованою студентською молоддю;
- ✓ розширення сфери освітніх послуг навчання студентської молоді як безперервного процесу формування творчої особистості, розвитку культурного та інтелектуального потенціалу України;
- ✓ об'єднання зусиль педагогічного колективу вищого навчального закладу, сім'ї, наукових, культурних закладів, громадських організацій міста у створенні оптимальних умов для творчої реалізації студентської молоді;
- ✓ підготовка викладачів до роботи з обдарованою студентською молоддю шляхом організації системи семінарських, тренінгових занять, педагогічних читань тощо;
- ✓ узагальнення набутого досвіду з метою поширення та використання в роботі інших ВНЗ I-II рівнів акредитації області та України;
- ✓ проведення моніторингових досліджень з проблеми обдарованості в мережі ВНЗ I-II р.а. Вінницької області для роботи з обдарованою молоддю;
- ✓ реалізація та експериментальна перевірка ефективності системи виховних організаційно-інформаційних заходів з виявлення і підтримки обдарованості, створення обласного інформаційного банку даних відповідно до видів обдарованості;
- ✓ створення веб-ресурсу Центру.

Даний проект буде реалізований через 5 підпроектів, діяльність яких спрямована на виконання вищезазначених завдань, враховуючи види обдарованості студентів:

1) творчо-інтелектуальна обдарованість;
2) творчо-мистецька обдарованість;
3) спортивно-оздоровча;
4) громадянська (спрямованість на розвиток соціокомунікативних навичок, обдарованості лідера);
5) педагогічна обдарованість.

Принципи діяльності центру: науковість, творчість, креативність, розвиток, доступність, ініціативність.

Робота над проектом забезпечує умови для творчої співпраці студентів і викладачів по організації діяльності творчого розвитку студентів Вінницького технічного коледжу.

Для супроводу роботи з обдарованою студентською молоддю коледжу, області та України впроваджуються інформаційні технології, створюються веб-ресурси, що значно підвищує ефективність цієї роботи. Так, прикладами створених викладачами та співробітниками коледжу веб-ресурсів, що забезпечують організаційний та методичний супровід олімпіад є:

1. Сайт Всеукраїнської олімпіади з математики (Довгань Д.Ю.) https://sites.google.com/site/matemolimp2009/
2. Сайт Всеукраїнської олімпіади з радіоелектроніки (Цирульник С.М.) http://radio-vtc.inf.ua/radioelectronika.html
3. Сайт Всеукраїнської олімпіади з української мови за професійним спрямуванням (Бортнік В.М., Зоріна Ю.В.) http://ua.vtc.vn.ua/home
4. Сайт обласного методичного об'єднання викладачів математики технікумів та коледжів Вінницької області (Довгань Д.Ю.) https://sites.google.com/site/movikladacivmatematiki/
5. Сайт Ради директорів технікумів та коледжів Вінницької області (Бортнік В.М., Моторна Л.В.) http://rada-vnz.vn.ua/
6. Сайти обласних методичних об'єднань викладачів області.

Протягом **2012-2015 рр**. **с**еред студентів коледжів і технікумів Вінницької області було проведено **20 обласних олімпіад та 24 конкурси**.

У 2011-2012 н.р. були проведені такі конкурси:

Обласний етап Міжнародного конкурсу з української мови імені Петра Яцика;
Обласний етап Міжнародного мовно-літературного конкурсу з української мови серед учнівської та студентської молоді імені Т.Г. Шевченка;
Обласний конкурс «Комп'ютерні технології в бухгалтерському обліку;
Обласний конкурс «Кращий викладач української мови (за професійним спрямуванням)»;
Обласний конкурс «Кращий за професією» (транспортні дисципліни).

Олімпіади:

Обласні олімпіади з біології, фізики. з іноземної мови, інформатики, математики та української мови.

У 2012-2013 н.р. були проведені такі конкурси:

Обласна виставка-конкурс на кращу методичну розробку «Педагогічна майстерність» серед бібліотекарів;
Обласний конкурс декламаторів;
Обласний конкурс «Кращий за професією» (економічні дисципліни).
Обласна виставка-конкурс на кращу методичну розробку «Педагогічна майстерність» серед завідувачів відділеннями;
Обласна виставка-конкурс на кращу методичну розробку «Педагогічна майстерність» серед викладачів загальнотехнічних дисциплін;
Обласна виставка-конкурс на кращу методичну розробку «Педагогічна майстерність» серед викладачів іноземної мови;
Обласний конкурс «Кращий за професією» (транспортні дисципліни).
Обласна виставка-конкурс на кращу методичну розробку «Педагогічна майстерність» серед методистів;

Обласний конкурс творчих студентських робіт та технічних презентацій на тему: «Мистецтво як особлива форма духовного життя»;
Обласна виставка-конкурс на кращу методичну розробку «Педагогічна майстерність» серед викладачів охорони праці;
Обласний конкурс науково-дослідницьких робіт з хімії та біології.

Олімпіади:

Обласні олімпіади з інформатики, математики, української мови та фізики.

У 2013-2014 н.р. були проведені такі конкурси:

Обласний конкурс «Комп'ютерні технології в бухгалтерському обліку;
Обласний конкурс «Кращий за професією» (транспортні дисципліни).
Обласний конкурс «Кращий за професією» (економічні дисципліни).
Обласна виставка-конкурс на кращу методичну розробку «Педагогічна майстерність» серед викладачів креслення;
Обласна виставка-конкурс на кращу методичну розробку «Педагогічна майстерність» серед викладачів охорони праці;
Обласна виставка-конкурс на кращу методичну розробку «Педагогічна майстерність» серед викладачів світової літератури;
Обласна виставка-конкурс на кращу методичну розробку «Педагогічна майстерність» серед викладачів хімії та біології.

Олімпіади:

Обласні олімпіади з біології, іноземної мови, інформатики, математики, правознавства, української мови та фізики.

У 2014-2015 н.р. були проведені такі конкурси:

Обласний конкурс «Комп'ютерні технології в бухгалтерському обліку.

Олімпіади:

Обласні олімпіади з української мови, математики та інформатики.

На базі Вінницького технічного коледжу були організовані та проведені серед студентів ВНЗ І-ІІ рівнів акредитації у 2009 році – ІІІ Всеукраїнська олімпіада з інформатики та І Всеукраїнська олімпіада з математики; у 2011 році – І Всеукраїнська олімпіада з радіоелектроніки; у 2014 році – ІV Всеукраїнська олімпіада з радіоелектроніки та ІV Всеукраїнська олімпіада з української мови. У травні 2013 року коледж виступив партнером ВНТУ в проведенні фіналу XI Міжнародного конкурсу з веб-дизайну та комп'ютерної графіки.

На базі коледжу було проведено протягом 2012-2015 н.р. **5 обласних олімпіад та 9 конкурсів** серед студентів коледжів і технікумів Вінницької області, а саме: **4 обласні олімпіади** з української мови, **обласна олімпіада** з математики, **3 обласні конкурси** «Комп'ютерні технології в бухгалтерському обліку», **конкурс «**Кращий викладач української мови (за професійним спрямуванням)», **обласна виставка-конкурс** на кращу методичну розробку «Педагогічна майстерність» серед викладачів хімії та біології, **обласний конкурс** з української мови імені Петра Яцика, **обласний конкурс з** української мови серед учнівської та студентської молоді імені Т.Г. Шевченка; **обласна виставка-конкурс** на кращу методичну розробку «Педагогічна майстерність» серед викладачів креслення, **обласний конкурс** науково-дослідницьких робіт з хімії та біології.

Вінницький технічний коледж став постійною базою для проведення секцій Міжнародних конференцій Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського "Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми".

З метою популяризації досягнень студентів у коледжі створена галерея здобутків студентів і викладачів Вінницького технічного коледжу, яка щороку оновлюється.



Десятий відкритий міжнародний конкурс з Веб-дизайну та комп'ютерної графіки

І місце ***Ткачук Максим, група 4ОК-1***

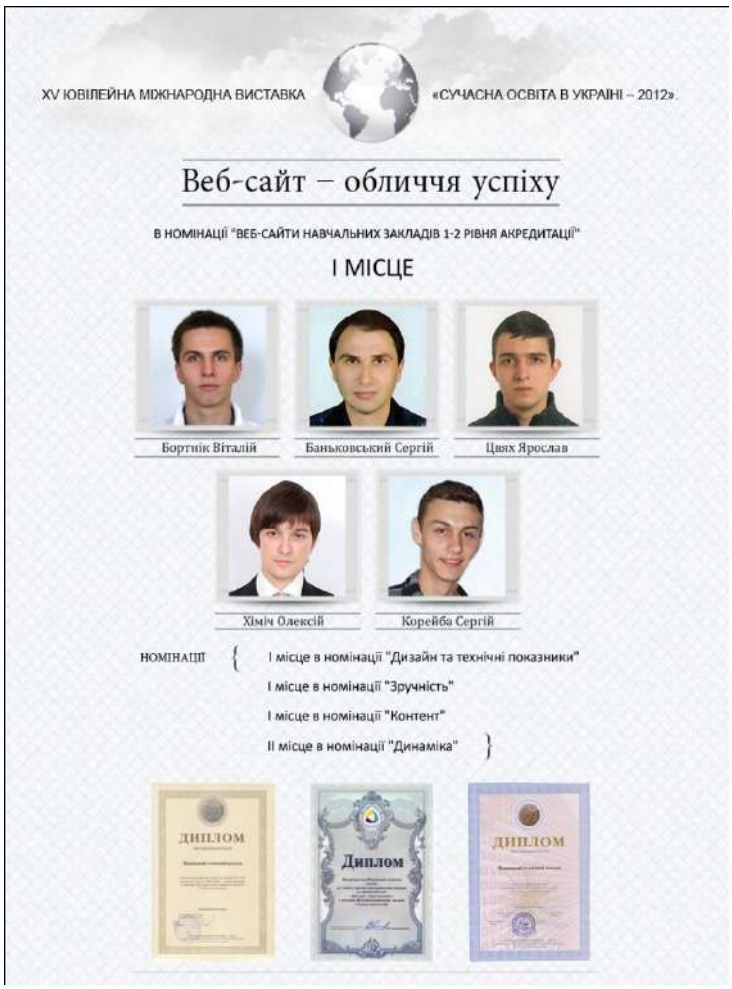
ІІ місце ***Коваль Михайло, група 1ОК-1***



Всеукраїнська олімпіада з математики

ІІ місце

Довгань Олександра, група 1ОК-1



ІІ-й Всеукраїнський Конкурс «Веб-сайт – обличчя успіху» в рамках XV ювілейної Міжнародної виставки навчальних закладів «Сучасна освіта в Україні – 2012», 15-17 лютого 2012 року , м. Київ. І місце в номінації ВНЗ І-ІІ р.а. та ПТНЗ Бортнік Віталій Миколайович і команда

ГАЛЕРЕЯ ЗДОБУТКІВ



















ГАЛЕРЕЯ ЗДОБУТКІВ





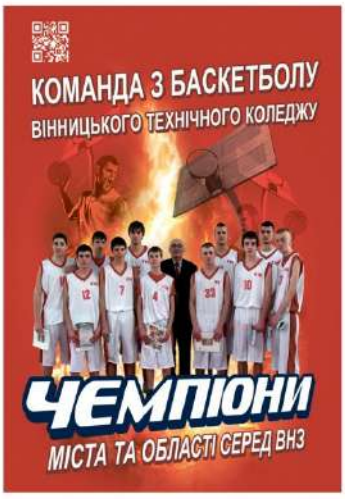














Про деякі види контролю при вивченні вищої математики

Трусевич О.М.

Важливість вищої математики як інструменту для вивчення інших дисциплін, доведена вимогами сучасного життя. Тому ефективне вивчення вищої математики студентами вищих навчальних закладів та вміння застосовувати одержані знання є одним із основних завдань вищої школи. Про правильні кроки у цьому напрямку є введення болонської системи навчання у вищих навчальних закладах. Вона дозволяє диференційовано підходити до кожного студента, вказувати на його "пробіли" у навчанні та спрямовувати його потенціал на досягнення успіху у навчанні.

Про переваги та недоліки болонської системи навчання обговорювалося багатьма авторами. Зокрема, в [1] автори схвально відносяться до болонської системи освіти, показуючи її вагомі переваги, особливо коли це стосується питання контролю при вивченні вищої математики (модульні контрольні роботи, індивідуальні завдання, колоквіуми і т.д.). Автори [1] детальніше зупинилися на аналізі математичних диктантів. Використання викладачами математичних диктантів активізує роботу студентів до вивчення основних понять, формул чи рівнянь із даного розділу математики, систематизує знання, що дає змогу ефективно застосувати їх на практичних заняттях.

Продовжуючи аналіз теми контролю при вивченні вищої математики, покажемо, що використання математичних диктантів дозволить не лише контролювати процесом навчання студентів, а й підвищити ефективність засвоєння нового матеріалу. Розглянемо, до прикладу, один із розділів вищої математики - аналітична геометрія, а саме "Пряма на площині". Зрозуміло, що складність аналітичної геометрії полягає у тому, що вона містить велику кількість означень, формул, рівнянь, без знань яких неможливе ефективне проведення практичних занять, а в подальшому застосування знань із заданої теми. Наприклад, немала кількість рівнянь, за допомогою яких задається пряма на площині, формули кута між прямими, відстані від точки до прямої, умови паралельності та перпендикулярності прямих (через кутові коефіцієнти та координати нормальних векторів) – це неповний перелік основних формул та означень із теми "Пряма на площині". Для підвищення ефективності заняття пропонується проведення математичного диктанту на тему "Пряма на площині". Та обов'язковою умовою проведення такого диктанту є проведення його не на наступному занятті, як це робиться зазвичай, а на початку даного заняття. Це дозволить студентам легко сприймати новий матеріал, бути активними учасниками, а не "слухачами" процесу навчання, застосовувати вивчені формули та рівняння при розв'язуванні різноманітних задач.

Зрозуміло, що математичний диктант – це лише один із видів контролю за навчанням студентів, та за своєю ефективністю та значущістю у вивченні нового матеріалу він посідає не останнє місце.

Література

1. М.А. Кислова, А.А. Горшкова, С.Ф. Максименко. Некоторые аспекты использования различных видов контроля знаний при изучении курса «Высшая математика» студентами дневного отделения. Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск 4: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2004. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – 338 с.

Самостійна робота студентів при вивченні нового матеріалу

Бабич Л.П.

Кожен викладач математики, окрім планування успішного засвоєння студентами навчального матеріалу, повинен неодмінно продумувати й питання набуття студентами на цьому ж занятті навичок самостійної роботи.

Роботу з формування навичок самостійного вивчення студентами нового матеріалу варто починати з перших занять. Можна запропонувати групі самостійно вивчити той чи інший матеріал підручника. Плануючи проведення такої роботи, викладач має бути впевненим, що кожен студент готовий до неї. Студент має розуміти, що конкретно він повинен знати і вміти після її проведення. Студентам мають бути доведені спеціальні питання і завдання, які б зорієнтували їх і допомогли досягти мети даної роботи. Системою попередніх завдань, усних і письмових вправ, викладач в змозі підготувати необхідну базу у студентів для забезпечення у цій роботі самостійності. Серед інших питань, корисно пропонувати їм і такі, відповідей на які безпосередньо у тексті нема, а тому студентам доведеться розмірковувати, мислити логічно.

Кожна самостійна діяльність з вивчення нового матеріалу завжди має завершуватися перевіркою розуміння вивченого. В процесі обговорення все має бути з'ясовано. Це може бути, наприклад, доведення теореми: залежно від її складності можна провести доведення за наперед підготовленими рисунками та записами на дошці (чи спроектованими на дошку з використанням ТНЗ) або без них. Бажано, щоб самостійно вивчений на занятті матеріал, був і закріплений на цьому ж занятті. Це, в цілому, у навчальному процесі дозволить зняти питання про перевантаження студентів домашніми завданнями.

Цілі, які ставимо при проведенні самостійної роботи – найрізноманітніші. Це може бути і відпрацювання якогось уміння з метою довести його до рівня навички, і перевірка засвоєного матеріалу, якогось методу (наприклад, методу математичної індукції), і вміння робити обгрунтування (зокрема, дедуктивні судження).

Можна вважати самостійною роботою студента і розв'язання домашньої задачі, але про ступінь самостійності при цьому говорити важко. А ось виконання студентами різних практичних завдань, пов'язаних з побудовами, вимірюваннями при умові, що вони індивідуалізовані, можна завжди вважати самостійною роботою. Дуже добре, якщо такі роботи з формування навичок побудови, вимірювань і обчислень, є ще й експериментом, який підведе до розуміння нового навчального матеріалу на наступному занятті.

Важливо навчити студентів у самостійній роботі використовувати додаткову, в тому числі і довідкову літературу. Корисно привчати їх до самостійної підготовки повідомлень на різні теми згідно з програмою. Спочатку студентам можна вказувати літературу, а далі пропонувати добирати її самим. Включення до «сценарію» заняття невеликих повідомлень студентів, попередньо запланованих і перевірених викладачем, сприяє його креативності. Такі завдання (інше доведення теореми, історична довідка), залежно від складності матеріалу, треба пропонувати диференційовано, але почергово всім студентам групи.

Одним з видів самостійної роботи студентів при вивченні нового матеріалу є виконання необов'язкових завдань тобто завдань для бажаючих. Це задачі підвищеної складності або матеріал підручника, обов'язкове вивчення якого навчальною програмою не вимагається. Сюди можна віднести і виготовлення студентами моделей до певних понять чи співвідношень, але не з метою оснащення кабінету математики наочністю.

Зрідка і дуже обережно, у своїй викладацькій роботі на ниві математики, можна спробувати написання студентами домашніх творів на окремі невеликі теми («Симетрія в природі», «Використання жорсткості трикутника в житті», «Фантазії на тему комплексних чисел» і т.ін.).

Іноді самостійну роботу студентів на занятті корисно планувати, маючи на меті справжній контроль (контрольні роботи різного об'єму). В цьому зв'язку залежно від цілей самостійної роботи дозволеною або недозволеною (під час контрольної роботи) є допомога

викладача, сусіда по парті, навчальних та інших посібників. В кожному з випадків викладач, залежно від обсягу наданої допомоги студентові, має змогу поставити йому відповідну оцінку – позитивну, добру – кращу, аніж без будь-якого втручання у діяльність студента. Окремі ж студенти, самостійно працюючи над завданнями, проявляють елементи творчості і розв'язують задачу раціонально, оригінально. Це теж слід заохочувати: добре слово викладача і хороша оцінка – це усвідомлення успіху і стимул до нових успіхів.

Раціональне застосування викладачем різних видів самостійної роботи при вивченні студентами нового матеріалу корисне не тільки у питанні формування умінь і навичок самостійно працювати з математики, але й сприяє формуванню свідомого і творчого ставлення до праці в цілому.

Використання математичного апарату в 3D графіці

Шеремет Х.Б., Терехов В.В.

Стимулювання особистісного розвитку студентів і створення мотивації успіху на заняттях математики

Сулик Н.Я.

Проблема диференційованого підходу до студентів при вивченні математики є дуже гострою і потребує постійного пошуку шляхів її вирішення у кожній ситуації, на кожному занятті.

Основною метою викладача є прагнення навчаючи студента надати йому якомога більше інформації для застосування її у навчанні та в реальному житті.

Люди по-різному сприймають інформацію і тому по-різному виконують одне і теж саме завдання. Почувши нове поняття чи прослухавши новий метод розв'язування задачі не кожний студент може його відразу відтворити, а тим більше застосувати до нестандартної ситуації.

Часто ми не маємо змоги на занятті зважати на індивідуальні особливості студентів та їхнє вміння самостійно здобувати знання і застосовувати їх у подальшому навчанні.

Після пояснення нового матеріалу частина студентів усе зрозуміла і швидко відтворює здобуті знання у подібній ситуації, а інша частина не сприйнявши матеріал залишається пасивним спостерігачем.

Задля вирішення даної проблеми викладач – як організатор процесу навчання – повинен творчо підходити до кожного заняття і намагатися максимально враховувати інтереси усіх студентів.

Приклад застосування диференційованого підходу у навчальному процесі на груповому занятті з вивчення методів розв'язування логарифмічних рівнянь.

Тема заняття: «Розв'язування логарифмічних рівнянь»

***Мета заняття*:** ознайомити студентів із загальною схемою розв'язування логарифмічних рівнянь різних типів; формувати вміння використовувати різні методи розв'язування рівнянь

і вибирати раціональніший із них визначаючи тип рівняння; вдосконалювати навички математичної мови студентів, виховувати вміння працювати в колективі, розвивати зацікавленість до предмету, працелюбність, увагу, пам'ять, сприяти розвитку уміння перемагати над труднощами навчаючись самому і в групі.

***Матеріально-технічне забезпечення*:** *стенди: «Логарифми, їхні властивості», «Логарифмічні рівняння»; роздатковий матеріал: опорний конспект, методичні карти забезпечення практичного заняття, карточки індивідуальних завдань, бланк відповідей; технічне забезпечення: калькулятори.*

Тип заняття: практичне заняття.

Хід заняття

1. Організаційна частина

1.1.*Перевірка готовності аудиторії та присутності студентів.*

Парти в аудиторії зсунуті по дві, щоби можна було працювати групами, на кожній парі парт проставлені номери груп 1,2,3,4. Студенти сидять по 4-5 чоловік.

1.2.*Перевірка домашнього завдання*

Викладач відповідає на запитання, що виникли у студентів під час виконання домашнього завдання або пропонує іншим студентам пояснити необхідне завдання.

2. Актуалізація опорних знань

2.2.*Фронтальна бесіда:*

Що таке рівняння? Що означає розв'язати рівняння? Яке рівняння називається показниковим? Як розв'язати найпростіше показникове рівняння?Як пов'язані між собою показникова і логарифмічна функції? Яка область визначення логарифмічної функції? Яка область значень логарифмічної функції? На що треба звертати увагу, при порівнянні показникових та логарифмічних функцій?

3. Мотивація навчальної діяльності

Використання рівнянь в повсякденному житті – рідкість. Вони знайшли своє застосування в багатьох галузях господарства і практично в усіх новітніх технологіях.

1) *Відомо, що, консервуючи овочі, важливо знати кислотність розчину, а знаючи кислотність, можна визначати концентрацію іонів водню. Це можна зробити за допомогою логарифмічних рівнянь, використовуючи логарифм з основою* **10.**

2) *Теорія музики : щоби відповісти на питання на скільки частин треба розбити октаву треба визначити раціональне наближення для числа* $\log_2 \frac{3}{2} \approx 0{,}585$. *Якщо розкласти це число у неперервний дріб, тоді переконуємося, що найбільше підходить третій дріб* $\frac{7}{12}$, *який і зумовлює класичний поділ октави на 12 півтонів.*

4. План основної частини заняття

4.1. *Пояснення правил групової роботи та її оцінювання.*

На попередніх заняттях ми з вами навчилися працювати у малих групах, з використанням відтворювально-консультативного методу навчання.

Сьогодні ми продовжимо працювати у малих групах, а також спробуємо використати принцип «навчаючи – навчаюсь»:

1.1. Кожна група отримала один із методів розв'язування логарифмічних рівнянь і приклади його використання. Вам необхідно розібрати запропонований метод за зразком і розв'язати цим методом два рівняння.

1.2. Далі формуємо нові групи, по одному учаснику з кожної із попередніх груп. Студенти вибирають один із варіантів завдань для самостійної роботи і обмінюючись досвідом розв'язують чотири запропоновані рівняння.

Отримані відповіді записують у спеціальний бланк (додаток 2).

1.3. Оцінювання роботи на занятті визначається таким чином: 2 бали робота в І-ій групі, +4 бали робота в ІІ-ій групі, +3 бали правильність виконання роботи іншими учасниками ІІ-

ої групи (робота консультанта), +2 бали за виконання додаткового 5-го завдання, +1додатковий бал отримує група, що справилася першою.

4.2.Формування знань і вмінь у вивченні нових методів розв'язування логарифмічних рівнянь.

- У малих різнорівневих групах по 4-5 чоловік студенти працюють з опорним конспектом, знайомляться з одним запропонованим методом розв'язування логарифмічних рівнянь і переписують приклади в зошит. (*Додаток 1.1–1.4*)
- Кожний учасник групи вибирає і розв'язує два рівняння за розглядуваним методом. *(*Завдання для роботи у групах додаток 1.1–1.4*).*

Викладач контролює і при потребі консультує роботу студентів.

Студенти підписують і заповнюють спеціальний бланк відповіді (додаток 2).

Результат – розв'язок рівнянь визначає номер нової групи цього учасника, яку формують студенти на наступному етапі роботи. *(Якщо у групі є 5 чоловік, тоді студенти, з №5 залишаються на своїх місцях.)*

- Далі студенти перерозподіляються у нові групи, де отримують завдання, для самостійного виконання. *(Студенти міняються місцями.)*

Утворилися нові малі групи по 4(5) чоловіки, в кожній з яких є по одному учаснику, що вивчав різні методи розв'язування логарифмічних рівнянь.

4.3.Застосування знань і вмінь у вивченні нових методів розв'язування логарифмічних рівнянь.

Студентам пропонується розв'язати 5 логарифмічних рівнянь:

4 рівняння з використанням різних методів, які розглядалися в попередніх малих групах, і з кожним із яких знайомився один з учасників нової малої групи; студенти консультуються, і допомагають один одному розібратися і з запропонованими завданнями. (Завдання для самостійної роботи Додаток 3).

Отримані результати записують у бланк відповіді.

П'яте рівняння <u>додатково</u> пропонується розв'язати за методом, описаним в опорному конспекті.

5. Закріплення нового матеріалу

Ви мали можливість познайомитися на занятті з логарифмічними рівняннями і різними методами їх розв'язування, навчитися працювати в групах, консультувати і слухати консультанта.

Прошу назвати основні методи розв'язування логарифмічних рівнянь, з якими ви працювали: 1) Означення логарифма; 2) Потенціювання обох частин рівняння; 3) Використання властивостей логарифма; 4) Перетворення основи логарифма.

Загальну схему основних методів (додаток 4)прошу вклеїти в зошит (додається кожному).

6. Підсумок заняття

Оскільки ви сьогодні працювали і самостійно і групами, то й оцінювання вашої роботи буде комплексним, і залежатиме також від результатів групової роботи. Студенти здають свої бланки відповіді.

7. Завдання додому: Г.П.Бевз Математика 11 клас §5 ст.37-38 №№ 171,174.

Додаток 1.1

<u>Приклади розв'язування логарифмічних рівнянь за означенням логарифма.</u>

1. $\log_2(x-3)=4$, за означенням логарифма маємо: $x-3=2^4$; $x-3=16$; <u>$x=19$.</u>

2. $\log_3(4x+7)=2$; $4x+7=3^2$; $4x=9-7$; <u>$x=2/4=0,5$.</u>

Додаток 1.2

<u>Приклади розв'язування логарифмічних рівнянь за означенням логарифма.</u>

1. $\log_x(2x^2-3x-4)=2$

Замінимо це рівняння рівносильною системою (за схемою 2):

$$\begin{cases} x^2 = 2x^2 - 3x - 4, \\ x > 0, \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x - 4 = 0, \\ x > 0, \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -1 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x=4.$$

При розв'язуванні рівнянь такого виду слід враховувати властивості основи логарифмічної функції, оскільки невідома ***x*** міститься не лише під знаком логарифма, а й в його основі.

2. $\log_{x+3}(2x^2-3x-1)=2$

$$\begin{cases} (x+3)^2 = 2x^2 - 3x - 1, \\ x + 3 > 0, \\ x + 3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 6x + 9 - 2x^2 + 3x + 1 = 0, \\ x > -3, \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 9x - 10 = 0, \\ x > -3, \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -1 \\ x > -3 \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow x_1=10,\ x_2=-1.$$

Додаток 1.3

<u>Приклади розв'язування логарифмічних рівнянь за методом потенціювання.</u>

1. $\log_3(4x-5)=\log_3(7+3x)$.

Замінимо рівняння рівносильною системою (за схемою 3):

$$\begin{cases} 4x - 5 = 7 + 3x, \\ 7 + 3x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 3x = 7 + 5, \\ 7 + 3x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12, \\ x > -\frac{7}{3}. \end{cases}$$

Виберемо ті корені, які задовольняють умову: $x > -\frac{7}{3}$.

2. $\log_3(x^2-4x-5)=\log_3(7-3x)$.

Замінимо рівняння рівносильною системою (за схемою 3):

$\begin{cases} x^2 - 4x - 5 = 7 - 3x, \\ 7 - 3x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 12 = 0, \\ x < \frac{7}{3} \end{cases}$ Розв'яжемо квадратне рівняння: $x^2-x-12=0;$ $x_1=4,\ x_2=-3.$

Виберемо ті корені, які задовольняють умову: $x < \frac{7}{3}$

Додаток 1.4

<u>Приклади розв'язування логарифмічних рівнянь за методом потенціювання з використанням властивостей логарифма.</u>

1. $\lg(x-9)+\lg 2=\lg(x+5)$.

Суму логарифмів замінимо логарифмом добутку виразів: $\lg(2\cdot(x-9))=\lg(x+5)$

Замінимо рівняння рівносильною системою, враховуючи ОДЗ: $\begin{cases} x-9>0 \\ x+5>0 \end{cases}$

Одержимо: $\begin{cases} 2x - 18 = x + 5; \\ x - 9 > 0; \\ x + 5 > 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 23; \\ x > 9; \\ x > -5. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 23; \\ x > 9. \end{cases}$

2. $\lg(x-9)+\lg(2x-1)=2$.

Зобразимо число 2 у вигляді десяткового логарифма: $2=\lg 100$

$\lg(x-9)+\lg(2x-1)=\lg 100$

Суму логарифмів замінимо логарифмом добутку виразів: $\lg(x-9)(2x-1)=\lg 100$

Замінимо рівняння рівносильною системою, враховуючи ОДЗ: $\begin{cases} x-9>0 \\ 2x-1>0 \end{cases}$

Одержимо: $\begin{cases} (x-9)(2x-1) = 100; \\ x - 9 > 0; \\ 2x - 1 > 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (2x^2 - 19x + 9 = 100; \\ x > 9; \\ x > \frac{1}{2}. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 13 \\ x = -3.5 \end{array} \right. \\ x > 9 \end{cases}$

Виберемо ті корені, які задовольняють умову: $x > 9$. *Відповідь:* $x=13$.

Додаток 1.5

Приклади розв'язування логарифмічних рівнянь за методом зведення логарифмічного рівняння до однієї основи.

1. $\log_4 x + \log_{\frac{1}{16}} x + \log_8 x^3 = 5.$

Зведемо всі логарифми до основи 2: $\frac{1}{2}\log_2 x - \frac{1}{4}\log_2 x + \log_2 x = 5, x > 0$

Зведемо подібні доданки: $\frac{5}{4}\log_2 x = 5$; $\log_2 x = 4$; $x = 2^4$. *Відповідь:* x=16.

Розв'язати самостійно

завдання для групи 1:

1. $\log_3(5x+4)=2$
2. $\log_5(2x+3)=1$
3. $\log_3(4x+1)=2$
4. $\log_2(5x+6)=4$
5. $\log_4(3x+7)=2$
6. $\log_3(7x+6)=3$
7. $\log_2(3x-4)=3$
8. $\log_4(5x-4)=2$
9. $\log_3(2x-1)=2$
10. $\log_8(x+3)=1$

завдання для групи 2:

1. $\log_{x+3}(x^2+3x+12)=2$
2. $\log_{x+1}(x^2-x+4)=2$
3. $\log_x(x^3+x-2)=3$
4. $\log_{x+1}(x^2-3x+11)=2$
5. $\log_{x-1}(x^2+3x-14)=2$
6. $\log_{2x+7}(x^2+4)=1$
7. $\log_{x+2}(x^2+2x+12)=2$
8. $\log_x(x^3+3x-12)=3$
9. $\log_{x-1}(x+11)=2$
10. $\log_{5+x}(x^2+15x)=2$

завдання для групи 3:

1. $\log_3(3x+5)=\log_3(2x+6)$
2. $\log_2(6x-5)=\log_2(2x-1)$
3. $\log_4(2x-3)=\log_4(3x-5)$
4. $\log_3(2x+5)=\log_3(4x+1)$
5. $\log_2(7x-1)=\log_2(4x+8)$
6. $\log_7(2x+5)=\log_7(3x+2)$
7. $\log_2(x+5)=\log_2(2x+1)$
8. $\log_3(2x-7)=\log_3(x-3)$
9. $\log_2(7x+3)=\log_2(6x+8)$
10. $\log_3(2x+1)=\log_3(5x-14)$

завдання для групи 4:

1. $\lg(x+2)+\lg 3=\lg(x+8)$
2. $\log_8(x+1)+\log_8(x+3)=1$
3. $\log_2(x+1)+\log_2(x-1)=\log_2 3$
4. $\log_4(x-1)+\log_4(x+2)=1$
5. $\log_3(x-2)+\log_3 5=\log_3(x+2)$
6. $\log_2(x+1)+\log_2(x-2)=2$
7. $\log_2(x+8)=\log_2(x-1)+2$
8. $\lg(x+6)+\lg 2=\lg(3x+8)$
9. $\log_2(5x+7)=3+\log_2(x-1)$
10. $\log_8(x-1)+\log_8(x-3)=1$

Розв'язати самостійно: $\log_2 x + 2\log_4 x + 3\log_8 x = 9$; $3^{\log_5(x-7)} = \log_4 64$.

Додаток 2

Бланк відповіді студента _____ *Група* _____

Робота в І-ій групі		Робота в другій групі *Група №* ☐ *Варіант №* ☐					Робота консультанта			Додатковий бал групи	Сумарний бал студента
№1	№2	№1	№2	№3	№4	№5	1-й ст.	2-й ст.	3-й ст.		
Впишіть відповіді до рівнянь за номером											

Додаток 3

Розв'язати самостійно, використовуючи раніше описані методи:

Варіант 1:

1. $\log_5(2x-7)=1$
2. $\log_{x+2}(x^2-6x+14)=2$
3. $\log_3(2x+11)=\log_3(4x-9)$
4. $\log_2(x+2)=\log_2 3+\log_2(x-6)$
5*. $2\log_4(4-x)=4-\log_2(-2-x)$

Варіант 2:

1. $\log_2(7x-10)=5$
2. $\log_{x+1}(x^2-3x+6)=2$
3. $\log_4(5x-2)=\log_4(3x+14)$
4. $\log_2(x-3)+3=\log_2(3x+1)$
5*. $\log_3(4-x)+\log_9(2-x)^2=1$

Література
1. Роєва Т.Г., Хроленко Н.Ф. “Алгебра у таблицях 10 клас”, - Харків, видавнича група “Академія”, 2001р.
2. Б Г.П.Бевз, В.Г.Бевз «Математика 10», рівень стандарту, Київ, «Генеза», 2011, 270 стор.

Основні проблеми організації самостійної роботи студентів-першокурсників при вивченні вищої математики

Тибель І. М

Науково-технічна революція, що почалась в XX столітті, швидко змінила характер та структуру виробництва, місце та функції людини в ньому, а також стиль життя та побут людини. Нині значно зросла роль науки та освіти в розвитку всіх сфер суспільного життя. Науково-технічний прогрес призвів до збільшення обсягу потоків інформації в десятки разів. Все це значно підвищує вимоги до рівня та якості підготовки фахівців у вищих навчальних закладах.

Сучасний фахівець повинен володіти не лише необхідною сумою фундаментальних та фахових знань, але й певними навичками творчого розв’язання практичних питань, умінням використовувати в своїй роботі все нове, що з’являється в науці та практиці, постійно підвищувати свою кваліфікацію. Тому сьогодні основне завдання вищих навчальних закладів полягає у формуванні творчої особистості фахівця, здатного до саморозвитку, самоосвіти, інноваційної діяльності. В зв’язку з чим навчальний процес у вищій школі повинен набувати характеру самостійної роботи студентів, без якої неможливо підготувати активну особистість фахівця, необхідного сучасному суспільству та виробництву.

В останні десятиліття проблема організації самостійної роботи студентів все більше звертає на себе увагу педагогів, психологів, методистів. Загальнодидактичні, психологічні, організаційно-діяльнісні, методичні та інші аспекти планування та організації самостійної роботи студентів розглядали в своїх роботах вітчизняні та зарубіжні науковці, зокрема, С. Архангельський, Ю.Бабанський, П.Підкасистий, М.Гарунов, В.Граф, І.Ільясов, Б.Єсипов, В.Козаков, Л.Вяткин, І.Лернер, А.Усова, Д.Дьюі, В.Якунін, М.Скаткин, Т.Шамова, М.Солдатенко, І.Хом’юк, Н.Шишкіна, В.Луценко, В.Ужик, Б.Буряк, О.Савченко, Т.Балицька, І.Бендера, М.Князян та інші. Однак дана проблема на нашу думку залишається недостатньо розробленою та потребує подальшого дослідження.

Посилення інтегративних зв’язків науки та техніки потребує від фахівців фундаментальних базових знань, готовності до самостійних, творчих та економічно вигідних рішень науково-технічних та виробничих задач. Але практика показує, що багато випускників вищих навчальних закладів не мають достатньо міцної бази професійних знань, не володіють навичками самостійної роботи та творчої діяльності, не відчувають потреби в постійному професійному самовдосконаленні та самоосвіті. Тому навчальний процес у вищій школі сьогодні повинен підпорядковуватись не стільки завданню інформаційного насичення, скільки формуванню продуктивного мислення, розвитку інтелектуального потенціалу особистості, становленню способів логічного аналізу та всебічної обробки

одержаної інформації. Тобто основу навчального процесу студентів повинна складати цілеспрямована, контрольована, інтенсивна самостійна робота.

Саме самостійна робота є однією з найважливіших складових, що формують фахівця сучасного рівня, оскільки вона формує самостійність не лише як сукупність вмінь та навичок, але й як рису характеру, яка відіграє важливу роль в структурі особистості, а це досить актуально для сучасного фахівця. Крім того, самостійно набуті знання є більш оперативними, вони стають особистою інтелектуальною власністю, розвивають інтелектуальні риси, увагу, спостережливість, критичність, уміння оцінювати.

Самостійна робота, за визначенням А.Кузьмінського, – це навчальна діяльність студента, яка планується, виконується за завданням, під методичним керівництвом і контролем викладача, але без його прямої участі [3, С.309].

Мета самостійної роботи студентів полягає в тому, щоб навчити студентів навчатись і тим самим сприяти їх професійному становленню, яке передбачає формування у майбутніх фахівців системи професійно значимих якостей, таких як інтелектуальність, відповідальність, креативність, комунікативність, інформаційна культура, здатність до самоосвіти.

Довгий час самостійна робота студентів розглядалась як допоміжна по відношенню до аудиторної. Нині вона стає найважливішою складовою всього навчального процесу, оскільки дозволяє:

- систематизувати, закріплювати та поглиблювати теоретичні знання та практичні навички студентів;
- розвивати пізнавальні здібності та активність студентів;
- формувати самостійність мислення, здатність до саморозвитку, самовдосконалення та самореалізації.

Особливе значення та актуальність нині має проблема організації самостійної роботи студентів. Значимість цієї проблеми обумовлюється зменшенням долі аудиторних годин, що виділяються на вивчення певної дисципліни, наявністю студентів з різним рівнем базової підготовки, різним ступенем навчальної мотивації та рівнем сформованості навчальних умінь та навичок, різними психофізіологічними особливостями.

Організація самостійної роботи студентів – процес упорядкування самостійної роботи за певними вимогами (критеріями, правилами, принципами) і надання їй необхідної форми з метою найкращої реалізації поставленої мети [2].

Характер самостійної роботи студентів поступово змінюється під час навчання у вищому навчальному закладі. Так, на молодших курсах вона здебільшого спрямована на поглиблення вивчення окремих навчальних дисциплін, а на старших курсах набуває науково-дослідного та творчого характеру. Тому організація самостійної роботи студентів потребує певної диференціації в залежності від специфіки навчального закладу та курсу, повинна бути послідовною, передбачати опанування різними прийомами пізнавальної діяльності в її зростаючій складності.

Найбільш складним в організації самостійної роботи студентів є адаптація вчорашнього школяра до системи навчання у вищій школі [4], оскільки переважна більшість з них погано володіє формами, засобами та методами самостійної пізнавальної діяльності.

Результати багатьох досліджень та педагогічний досвід дозволяють зазначити, що більшість студентів стикаються з труднощами при плануванні та організації своєї самостійної роботи. Особливо гостро ця проблема стоїть на першому курсі.

Чим ширші пізнавальні інтереси першокурсника, чим краще сформовані вміння та навички самостійної роботи, тим вища його готовність до навчання у вищому навчальному закладі. Перші вміння самостійної роботи засвоюються в школі. Але організація самостійної роботи студентів складніша, ніж школярів. Щоб ритмічно працювати протягом семестру, студенту самому необхідно прикладати вольові зусилля, чітко планувати позааудиторну навчальну діяльність, правильно чергувати заняття з різних навчальних дисциплін. У більшості ж першокурсників відсутні вміння правильно організувати самостійну роботу,

розподілити свій час. Вони не готові самостійно навчатись, тобто свідомо засвоювати теоретичний матеріал та практично його застосовувати.

Опитування, проведене серед студентів першого курсу спеціальностей «Організація та експлуатація поштового зв'язку» та «Діловодство» свідчить, що у значної частки першокурсників (61%) викликають труднощі під час навчання саме особисті якості (неуважність, незосередженість, лінощі, невміння раціонально розподілити свій час для виконання домашніх завдань). 65% опитаних зазначили, що при підготовці до занять з певного предмету вони використовують лише конспект лекцій та підручники, що рекомендував викладач, і не прикладають жодних зусиль для знаходження та самостійного опрацювання додаткової літератури. Найважливішими причинами неуспішних результатів свого навчання першокурсники вважають: невміння самостійно опрацьовувати навчальний матеріал (56%), великий обсяг навчального матеріалу (45%) та недостатній рівень базових знань для сприймання навчального матеріалу (47%).

Багаторічний досвід викладання курсу «вища математика» для студентів першого курсу свідчить, що існує значний розрив між знаннями, одержаними в школі, та вимогами, які висуває до знань студентів вищий навчальний заклад. Число студентів, які стикаються із значними труднощами при вивченні вищої математики, кожного року зростає. Це пояснюється значними відмінностями між шкільною та вузівською освітою. По-перше, у вищій школі значно збільшується обсяг навчального матеріалу та підвищується рівень його складності. Студенту, на відміну від школяра, необхідно швидше та глибше вивчати великі обсяги навчальної інформації. По-друге, шкільні методи навчання, як правило, розраховані на досягнення поставленої мети за рахунок організації роботи учнів в класі та систематичного контролю за їх діяльністю учителем. У вищих навчальних закладах методи навчання в більшій мірі наближаються до методів самої науки. У зв'язку з чим і виникають у першокурсників труднощі наступного характеру [1]:

- труднощі пошуку необхідної інформації (студентам буває досить складно визначити, що саме необхідно прочитати або вивчити для того, щоб розібратись в певній проблемі; вони ще погано орієнтуються в потоці навчальної та наукової літератури);
- труднощі орієнтації в змісті книги, навчального посібника (студенти мають проблеми з виділенням основної суті у великому обсязі інформації);
- труднощі узагальнення теоретичних положень, викладених в різних джерелах;
- труднощі застосування одержаних знань на практиці (студентам важко правильно оцінити практичну ситуацію, щоб застосувати для її аналізу одержані знання).

Тому, організація самостійної роботи першокурсників на першому етапі полягає в тому, щоб [4]:

1) навчити студентів правильно слухати та конспектувати лекції, ефективно засвоювати навчальну інформацію;

2) навчити першокурсників самостійної роботи на практичних та лабораторних заняттях;

3) удосконалити навички роботи студентів із книгою;

4) навчити правильно конспектувати літературу, готувати реферати, виступати з доповідями.

Значна роль в організації самостійної роботи студентів, а особливо першокурсників, належить викладачу, який здійснює організуючі, контролюючі та корегуючи дії. Саме викладач визначає зміст та обсяг самостійної роботи, регламентує терміни виконання та контролює результати.

Керівництво самостійною роботою студентів передбачає організаційну, методичну та педагогічну складові: організаційна – створення навчальних посібників, які повинні допомогти студенту зрозуміти логіку побудови курсу, що вивчається; методична – розробка завдань для самостійної роботи, що використовуються у різних формах організації навчального процесу; педагогічна – організація форм співпраці, які б стимулювали самостійність та творчу активність студентів.

Організація самостійної роботи студентів при вивченні математичних дисциплін розглядалась в роботах В.Делингера, А Артемова, І.Харитонової, Г.Саранцева, П.Образцова

та інших. Аналіз навчальної та методичної літератури з питань вищої освіти та математичних дисциплін дозволяє відзначити суттєві недоліки, що заважають повноцінній самостійній роботі студентів: безліч однотипних типових задач, відсутність рівневої диференціації навчального матеріалу, недостатня кількість спеціально передбачених для самостійної роботи методичних посібників та рекомендацій. Кількість та обсяг завдань для самостійної роботи визначається викладачами в багатьох випадках згідно принципу «чим більше, тим краще». Не завжди адекватно оцінюється складність завдань та час, необхідний для їх виконання. Досить часто не узгоджуються строки здачі завдань самостійної роботи з різних дисциплін, що призводить до нерівномірного розподілу самостійної роботи студентів в часі. Все це призводить до формального відношення студентів до самостійної роботи. Вони не планують свою самостійну діяльність, відкладають виконання завдань самостійної роботи на останню ніч. Значна частина студентів виконує завдання невчасно, з великим запізненням, якість роботи при цьому не рідко лише задовільна. Наслідком цього стає формальне вивчення матеріалу, відсутнє його глибоке розуміння.

Все це неприпустимо при вивченні математичних дисциплін. Курс вищої математики є основним серед математичних курсів, що викладаються студентам різних спеціальностей. Саме в ньому вивчаються основні поняття, які необхідні для того, щоб опановувати та вдосконалювати знання в галузі цілого ряду фундаментальних наук, без яких, в свою чергу, неможлива успішна професійна діяльність.

У першокурсників недостатньо сформовані загальні розумові дії: аналіз, синтез, порівняння, узагальнення та інші, а отже загальні та частинні навчальні дії. Всі ці дії є основою при вивченні вищої математики, оскільки потребує всебічної розумової та навчальної діяльності для його розуміння. Крім того, високий рівень абстракцій понять, що вивчаються вищою математикою, потребує нового виду діяльності – аналітичного. З цим пов’язана складність та специфіка самостійної роботи студентів при вивченні вищої математики. Тому самостійна робота при вивченні вищої математики потребує зусиль не лише від студентів, але й від викладача, який повинен постійно вдосконалювати організацію самостійної роботи студентів.

Завдання для самостійної роботи повинні бути чітко сформульовані, розбиті за темами, їх обсяг повинен визначатись годинами, відведеними для самостійної роботи в робочій програмі дисципліни.

Особливу значимість в організації самостійної роботи студентів, особливо першокурсників, має принцип індивідуалізації навчання. Викладач повинен працювати з конкретним студентом, тобто враховувати індивідуальні здібності кожного студента. Таким чином викладач створює умови, які стимулюють, орієнтують та направляють студента на активну самостійну роботу, в ході якої він здійснює самоорганізацію та саморегуляцію.

Таким чином, як засвідчує досвід, при організації самостійної роботи студентів-першокурсників необхідно враховувати суб’єктивні фактори, обумовлені психологічною специфікою студента:

- знання шкільного матеріалу, наявність стійкої системи знань, необхідної для засвоєння основних курсів у вищому навчальному закладі;
- наявність умінь та навичок розумової праці: вміння конспектувати на лекції та при роботі з книгою; володіння логічними операціями: порівняння, аналіз, синтез, узагальнення, тощо;
- специфіка пізнавальних психічних процесів студентів: увага, пам'ять, інтелект, мислення, тощо;
- відповідність обраної професії індивідуальним здібностям;
- рівень вимог до себе, який визначається самооцінкою.

Література

1. Григорян М.М. Управление самостоятельной работой студентов / М.М. Григорян / Вестник КАСУ. – 2008. – №1. Режим доступа: http://www.vestnik-kafu.info/journal/13/475.

2. Гулецька Я.Г. Організація самостійної роботи магістрів з використанням інформаційних технологій при вивченні іноземної мови / Я.Г. Гулецька // Вісник НТУУ «КПІ». Філософія. Психологія. Педагогіка. – 2009. – Вип.3. – С.75-80.
3. Кузьмінський А.І. Педагогіка вищої школи: навч. посібник / А. І. Кузьмінський. – К.: Знання, 2005. – 486с.
4. Самостоятельная работа студентов: метод. указания / сост. А.С. Зенкин, В.М. Кирдяев, Ф.П. Пильгаев, А.П. Лащ – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2009. – 35с.

Міжпредметні зв'язки – як вагомий фактор підвищення рівня вмінь і знань студентів в процесі навчання

Федочинська С.С.

Проблему міжпредметної інтеграції навчання, можна віднести до числа традиційних. На заняттях з математики чи вищої математики слід враховувати,що збільшення об'єму інформації веде до необхідності формування конкретних знань студентів. Математика це той інструмент, яким користуються всі сфери людської діяльності. Проте реалізація міжпредметних зв'язків потребує визначення переліку міжпредметних зв'язків між навчальними дисциплінами, внесення змін в тематичне планування(якщо це виправдано), узгодження з викладачами різних дисциплін можливих тем або питань для їх сумісного вивчення.

Організація навчально-виховного процесу на основі міжпредметних зв'язків може торкатися окремих занять (частіше узагальнюючих), теми, що підлягає вирішенню міжпредметної проблеми, декількох тем різних дисциплін, цілого циклу навчальних дисциплін або встановлювати взаємозв'язок між циклами.

Важливо розуміти, що інтеграційні теми і міжпредметні зв'язки можна використовувати на різних етапах сучасного заняття: актуалізації знань, вивчення нового матеріалу, перевірки і закріплення вивченого матеріалу, домашнього завдання і навіть при контролі знань. А вибрані форми і методи організації навчального процесу сприяють різносторонньому використанню міжпредметних зв'язків. Останні спонукають до пошуку нових методик, що вимагають взаємодії викладачів різних предметів. Викладач не повинен діяти поодинці, а працювати в співдружності з своїми колегами. Прикладом такої співпраці є проведення бінарних занять.

Пропоную ознайомитися з сценарієм бінарного заняття і методом реалізації міжпредметних зв'язків при вивченні теми «Вектори»

Бінарне заняття з математики і теоретичної механіки.

Тема заняття. Вектори. Застосування векторів при розрахунку ферми.

Мета заняття.

Освітня мета з математики: закріпити знання про дії над векторами, проекцію вектора на вісь, розв'язування систем лінійних рівнянь, розширити знання про поняття вектора.

Освітня мета з теоретичної механіки: систематизувати знання студентів по розрахунку ферм.

Розвиваюча мета бінарного заняття: розвивати обчислювальні навички, вміння аналізувати і робити висновки, пізнавальний інтерес; сприяти розвитку логічного розвитку.

Виховна мета бінарного заняття: розвивати у студентів вміння використовувати оптимальний спосіб розв'язку задач, виховувати культуру комп'ютерних розрахунків.

Методична мета бінарного заняття: пов'язати отримані раніше знання та навики розв'язку задач різними методами – графічним, аналітичним, комп'ютерним.

Обладнання: мультимедійна система, комп'ютери, опорні конспекти з математики та теоретичної механіки, презентація «Ферми», картки з тестовими завданнями, варіанти завдань до практичної роботи, програмне забезпечення розрахункових робіт.

Тип заняття: бінарний урок (математика і теоретична механіка).

Міжпредметні зв'язки: математика, теоретична механіка, фізика, інформатика, опір матеріалів.

Макроструктура заняття.

1. Організаційний етап (взаємне привітання викладачів і студентів, психоемоційний настрій)
2. Оголошення теми і мети заняття.
3. Мотивація навчальної діяльності (застосування векторів і знаходження розв'язків системи рівнянь при розрахунку статично визначених ферм).
4. Актуалізація опорних знань, умінь та навичок.
5. Аналіз змісту вивченого матеріалу, узагальнення і систематизація (розв'язування індивідуальних задач)
6. Перевірка виконаної практичної роботи на ПК.

Домашнє завдання.

З математики: повторити теоретичні питання з теми «Функції, їх властивості».

З теоретичної механіки: закінчити розв'язування задач.

Використана література. *Основна:*

1. Бевз Г.П. Математика : 11 кл.:рівень стандарту—К.: Генеза, 2012
2.Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенько А.К. Математика (підручник для студентів ВНЗ I-II р.а. технічних спеціальностей) – К.: Вища школа, 2001
3.Погорєлов О.В. Геометрія: Планіметрія: Підруч. для 10-11 кл. загальноосвітніх навчальних закладів – К.: Школяр, 2004, Освіта, 2001
4.О.О.Ердеді Технічна механіка», Вища школа, 1983 р., ст. 44-51
5.В.М.Булгаков «Теоретична механіка», К.2011 р., ст. 188-192

Додаткова:

1.Роєва Т.Г. Завдання для поточного оцінювання. Геометрія. Книга для вчителя. 11 кл. – К.: Країна мрій, 2005
2.Захарійченко О.В., Школьний Ю.В. Тестові завдання з математики. – К.: Генеза, 2007
3.В.В.Уасюк «Теоретична механіка» , Л.2003 р. , ст76-78

Сценарій

Заняття проходить в кабінеті, обладнаному персональними комп'ютерами (ПК). На дошці записано тему заняття. Заняття проводять два викладачі: викладач математики та викладач теоретичної механіки. Після привітання і перевірки присутніх один з викладачів оголошує тему і мету заняття. Перевірка готовності студентів до заняття проводиться в два етапи: шляхом тестового та фронтального опитування. Тестові питання спільно розроблені викладачами математики та теоретичної механіки (*варіанти тестів додаються до сценарію*).

Питання фронтального опитування: *викладач математики*

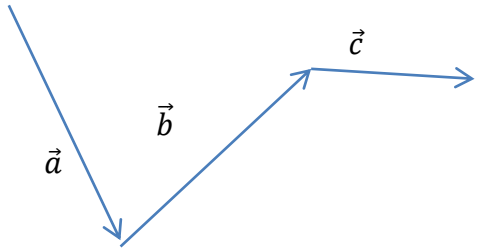
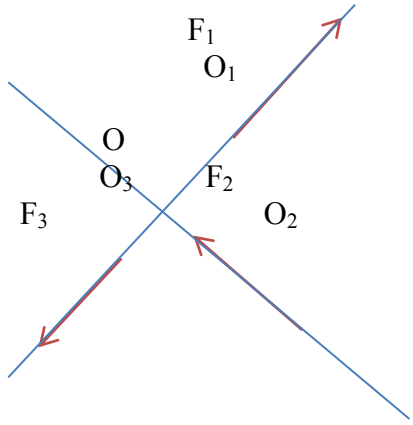
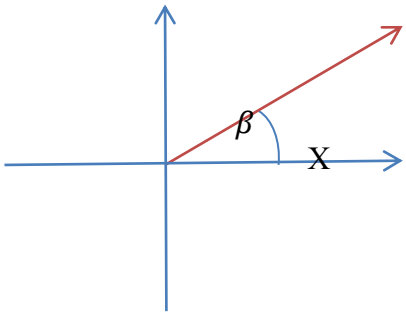
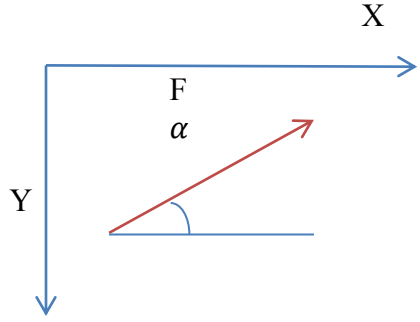
Що таке вектор? Що таке абсолютна величина вектора? Які вектори називають колінеарними? Які вектори називають рівними? Що називаємо відкладанням вектора від обраної точки? Що називають кутом між векторами? Сформулювати правило трикутника. При якій дії використовують правило многокутника? Що називаємо проекцією вектора на вісь? Проекція вектора це векторна чи скалярна величина?

викладач теоретичної механіки

Яка система називається збіжною? Яка графічна умова збіжної системи? Які рівняння рівноваги плоскої системи сил? В яких випадках момент сили відносно точки дорівнює нулю? Що називається фермою? З яких елементів складаються ферми? На які основні види поділяють ферми? Які існують способи визначення зусиль в стержнях ферми? Послідовність визначення зусиль в стержнях ферми способом вирізання вузлів.

Перед виконанням практичної роботи студентам пропонується розв'язати на дошці завдання з математики і теоретичної механіки: Студентам видається зразок виконання практичної роботи за варіантами та інструкція виконання розрахунку на ПК. Згідно зразка виконання практичної роботи студенти здійснюють розрахунок ферми методом вирізання вузлів згідно варіанта за наступним алгоритмом:

a) визначити опорні реакції ферми;
b) вирізати вузол, замінивши в'язі реакціями в'язів;
c) визначити невідомі реакції, склавши рівняння рівноваги і розв'язавши дану систему;
d) послідовно переходити від вузла до вузла;
e) перевірити результати розрахунків на ПК.

математика	**теоретична механіка**
Знайти суму векторів за правилом многокутника 	Знайти рівнодійну збіжної системи сил, побудувавши силовий багатокутник. 
Знайти проекції вектора на осі координат 	Знайти проекції вектора на осі координат 
Розв'язати систему лінійних рівнянь(*резервне завдання*) $\begin{cases} 3x+5y-8=0 \\ 2-x+7y=0 \end{cases}$	Розв'язати систему лінійних рівнянь $\sum X=0$ $\sum Y=0$ $\begin{cases} Fsin\alpha - N_2 sin\beta + N_1 = 0 \\ N_2 cos\beta + Fcos\alpha = 0; \end{cases}$ F=20kH $\alpha = 45^0$ $\beta = 30^0$.

Ви переконались, що володіння комп'ютерними технологіями економить час при проведенні розрахунків з теоретичної механіки, а застосування математики в усіх галузях науки, господарства і життя – необмежене.

Математика скрізь, вона – на кожному кроці. Здобуті математичні знання використовуються не лише на заняттях з математики і теоретичної механіки, а й інших спецдисциплін.

Викладачі аналізують роботу студентів на парі і оголошують оцінки.

Домашнє завдання

З математики: повторити теоретичні питання з теми «Функції, їх властивості». Бевз Г.П. Математика : 10 кл.:рівень стандарту –К.: Генеза, 2012, с.30 – 44.

З теоретичної механіки: закінчити розв'язування задач.

Методичні основи формування та розвитку математичної культури студентів ВНЗ І-ІІ рівнів акредитації

Дяків М. С., Зубик О. С.

Навчання математики в коледжі підпорядковане двом цілям: дидактичній – підготовка студентів до продовження освіти і прагматичній – формування математичної культури майбутнього фахівця для забезпечення можливості виконувати трудову діяльність на високому професійному рівні, оскільки математика – фундаментальна навчальна дисципліна у вищих навчальних закладах і широко застосовується при вивченні професійно орієнтованих дисциплін.

Одним із завдань вивчення циклу математичних дисциплін при підготовці майбутніх фахівців є розвиток та підняття загального рівня математичної культури студентів. У процесі навчання математики в коледжі студент повинен не тільки опанувати алгоритми, методи розв'язування задач або вникнути в їхню суть, він також повинен оволодіти певним рівнем математичної культури.

Питаннями розвитку математичної культури займалися такі вчені-педагоги як Дж. Ікрамов, В. І. Снегурова, Х. Ш. Шіхаліев. В наукових роботах, присвячених дослідженню з даної теми розкривають наступне:

- Аналіз поширених методик та практик для формування належного рівня математичної культури
- Аналіз можливих причин виникнення проблем у формуванні математичної культури
- Розробка різних підходів до побудови навчальних занять, системи задач, підходів для розвитку математичної культури.

Аналіз практики навчання математики показує, що рівень розвитку математичної культури студентів знижується щороку. Вони не проявляють належного інтересу до навчання, не отримують навичок самостійної роботи з математики. Розрив між потребами сучасного суспільства у фахівцях та рівнем знань студентів утворюють ще одну проблему сучасного навчання. Тому, розвиток математичної культури студентів залишається важливим компонентом в процесі навчання математики.

Поняття «культура» є багатозначне та не має єдиного та повного означення. Культура – невід'ємна частина життя людини. Наука сьогодні стає загальнодоступним та необхідним компонентом професійної складової спеціаліста. Її можна розглядати як знакову систему, мета якої полягає у описі процесів навколишнього світу. Математична культура – частина

загальнолюдської культури. Її формування слід будувати на принципі спрямованості математичної культури людини у бік її професійної діяльності. 1957 рік можна вважати роком зародження розуміння проблеми формування математичної культури. Вона розглядалася Н. Я. Віленкіним і І. М. Ягломом. Актуальні підходи до аналізу математичної культури особистості представлені в дослідженнях Дж. Ікрамова, В.Н. Худякова, Т.Г. Захарової та ін. На думку Дж. Ікрамова, знання в мисленні кодуються у вигляді понять, суджень та умовиводів, а в мові виражаються за допомогою слів, словосполучень і пропозицій. Тому в якості параметрів, важливих компонентів математичної культури виступають математичне мислення і математична мова. Термін «математична мова» вживається для позначення всіх основних засобів, за допомогою яких в усній та письмовій формі виражається математична думка. Отже, в поняття «математична мова» включаються логіко-математичні символи, графічні схеми, креслення, а також наукові терміни разом з елементами природної мови [2]. В. Н. Худяков вважає, що математична культура виростає із загальної культури, яка є середовищем і матеріалом для становлення першої [3].

Т.Г. Захарова крім математичного знання виділяє чотири основні аспекти, які розширюють знання математики до рівня математичної культури. Це виділення людиною математичної ситуації з усього розмаїття ситуацій у навколишньому світі, наявність математичного мислення, використання всього розмаїття засобів математики та готовність до творчого саморозвитку, рефлексія [1]. Поняття «математична культура» недостатньо висвітлене в методичній літературі. Не достатньо чітко сформульовані концепції визначення сутності, змісту цього поняття чи підходу до визначення його структури. Його, зазвичай, розглядають і як набір визначених математичних знань, умінь і навичок, володіння математичною мовою, і як математичну самоосвіту, вміння застосовувати математику у професійній діяльності, і як присвоєні математичні цінності та ін. Аналіз психолого-педагогічної, філософської, спеціальної літератури, дисертаційних робіт, дає можливість виділити наступні компоненти математичної культури:

1. Обчислювальна культура, яка включає вміння оперувати з раціональними числами без допомоги ЕОТ, раціональне обчислення виразів, прикидку результатів, усні обчислення.

2. Алгоритмічна культура, яка включає знання, уміння, навички та розуміння сутності мови, алгоритму, вміння володіння прийомами та засобами для запису та використання алгоритму, вміння зводити задачі до алгоритму та інтерпретувати отримані результат.

3. Графічна культура, яка потребує вміння зчитувати інформацію з графіків, діаграм та їх інтерпретувати.

4. Логічна культура, що включає широкий комплекс вимог, серед яких вміння логічно вірно будувати свої умовиводи, виділяти ключові завдання, складати подібні задачі, розчленовувати задачі на більш прості та узагальнювати її.

5. Мовна культура потребує вміння чітко висловлювати свою думку, грамотно будувати свою мову, використовувати математичні терміни та їх суть.

Тобто, при використанні терміну «математична культура» студента будемо розуміти комплекс якостей, систему культур, які у свою чергу формують саму математичну культуру. Ряд даних умінь, якими повинен володіти студент, можуть слугувати основою для визначення методичних принципів способів розвитку математичної культури студентів на заняттях математики у ВНЗ І-ІІ рівнів акредитації.

Сформулюємо принципи розвитку математичної культури студентів коледжів:

1. Використання комбінованих, нестандартних завдань, направлених на повторення вже пройденого матеріалу і закріплення матеріалу, що вивчається.

Завдання такого типу повинні активізувати пізнавальну активність студентів, навчити їх нестандартно мислити, дивитися на задачу глобально, привчити розбивати задачу на елементарні підзадачі. При цьому студенти повинні навчитися будувати логічний ланцюжок міркувань таким чином, щоб простими та невеликими кроками прийти до шуканого результату.

2. Використання математичного диктанту як обов'язкового етапу уроку.

Математичний диктант кожного навчального заняття можливо та необхідно робити якісно різним. Це обумовлено тим, що даний етап заняття може бути направлений на розвиток логічної культури (логічні задачі), розвиток математичного мовлення (правопис термінів), розвиток обчислювальної культури (завдання на обчислення), графічної культури (відшукання точок за графіком, робота з таблицями). Математичний диктант не повинен забирати багато часу на занятті – не більше 5 хвилин. Також, він може представляти будь-який етап уроку.

3. Постійне удосконалення обчислювальної техніки студентів упродовж усього терміну їх навчання. Часто вчорашнім учням основної школи важко інтерпритувати числову інформацію в різних формах. Наприклад, 3/7=0.43, 1/6=17%, $2*10^{-4}$=0.0002. Студенти доволі рідко використовують раціональний підрахунок, не розкривають для себе увесь потенціал перетворення числових виразів (властивості арифметичних дій, основна властивість дробу та ін.). Вони недостатньо впевнено володіють обчислювальними стратегіями (поєднанням усних, письмових та інструментальних обчислень), нехтують проміжним контролем і перевіркою правдоподібності результату. Помилки в розрахунках збивають зі шляху, наміченого для досягнення результату, а увага, зосереджена на осмисленні ходу розв'язання задачі, переноситься на подолання труднощів, пов'язаних з обчисленнями [4].

4. Використання міжпредметних зв'язків на заняттях математики. Корисно пропонувати студентам завдання, які перетинаються з іншими предметами. Можна запропонувати задачі з фізичним змістом. Такі завдання повинні допомогти зацікавити студентів до вивчення математики та інших предметів, показати прикладну сторону предмету, розвити математичну та алгоритмічну мову. Тобто, вміння переводити задачу на мову математики, розв'язувати її за допомогою математики, та переводити відповідь назад до мови запиту.

Інтеграція завдань з математики та української мови допоможе студентам розвити математичну мову та мислення.

5. Систематизація та узагальнення знань студентів. Один із важливих принципів формування математичної культури студента – це формування у нього цілісної уяви про предмет математики та весь матеріал який вивчає математика. Студент повинен мати цілісне уявлення з кожної змістовної лінії, яку він вивчав, а не окремі знання, які не перетинаються один з одним. Корисно вчити студентів класифікації тих чи інших понять:

– Класифікація основних прийомів розв'язання задач відносно їх типу.

– Класифікація розв'язання рівнянь відносно їхнього виду.

– Класифікація перетворень виразів.

Корисним є складання, студентами разом з викладачем та самими студентами самостійно узагальнюючих таблиць.

Математика – це перш за все система мислення, і тому основне в навчанні математики – не тільки підготувати до майбутньої професії, розвинути особистість, але й привити культуру мислення, здібність логічно грамотно пояснювати і обґрунтовувати свої ідеї.

Сучасне навчання математики повинно бути по можливості простим, ясним і наочним. При цьому студенти перш за все повинні засвоїти ідею і метод дослідження, які лежать в основі даного питання або класу задач.

Математичну культуру не можна сформувати, не розвиваючи математичні здібності студентів. Це перш за все математичний стиль мислення, уміння мислити логічно строго. Проведений аналіз психолого-педагогічної літератури та практики навчання математики дозволив сформулювати певні принципи, що необхідно використовувати викладачам у процесі навчання математики задля розвитку математичної культури студентів. Украй важливо безперервно мотивувати майбутніх фахівців, висвітлюючи питання місця, ролі та важливості математичної культури в майбутній професійній діяльності.

Література

1. Захарова Т.Г. Формирование математической культуры в условиях профессиональной подготовки студентов вуза: автореф. дис. ... канд. пед. наук / Т.Г. Захарова. – Саратов, 2005.
2. Икрамов Дж. Математическая культура школьника. Методические аспекты проблем развития мышления и языка при обучении математике / Дж. Икрамов. – Ташкент: Укитувчи, 1981. – 278 с.
3. Худяков В.Н. Формирование математической культуры учащихся на- чального профильного образования: дис. ... д-ра пед. наук / В.Н. Худяков. –Магнитогорск, 2001.
4. Ларина Л.Н. Роль учителя в формировании вычислительной культуры учащихся [Електроний ресурс]: фестиваль педагогических идей «Открытый урок» / Л.Н. Ларина. – 2007.

Деякі традиційні та нешаблонні методи оцінювання і контролю знань студентів з математики у ВНЗ І – ІІ рівнів акредитації

Курик М.О.

Перевірка і оцінювання знань, умінь і навичок студентів є важливим структурним компонентом процесу навчання. Від її правильної організації залежить, чи буде досягнута динактична мета заняття, наскільки студенти будуть активні в подальшому ході заняття, їх відношення до вивчаючого матеріалу, їх емоційний настрій.

В процесі конролю знань, навичок і вмінь студентів викладач надає перевагу тим способам, які забезпечують активну діяльність всіх студентів. Щоб правилано вибрати спосіб контролю, необхідно співставити з тим рівнем засвоєння навчального матріалу, на який вказує дидактична мета заняття. Розрізняють чотири рівні засвоєння навального матеріалу: загальні уявлення, запам’ятання і розуміння, розумова діяльність за зразком, творча діяльність. При цьому важливо виявити, як вони розв’язуються, тобто в якій мірі студенти оволодівають знаннями, вміннями і навичками, способами творчої діяльності. Суттєвого значення має також те, як відноситься той чи інший студент до навчання, чи працює він систематично, чи ривками. Важливою умовою залишається повнота, всесторонність та оперативність контролю знань, умінь і навичок студентів. Все це спричиняє застосовування різних методів перевірки і оцінювання знань. Слід використовувати такі форми і методи, які дозволяють по можливості опитати всіх студентів.

Розрізняють традиційні та нешаблонні методи.

1. Щоденне спостереження за навчальною діяльністю студентів.

Цей метод дозволяє викладачу уявити як ведуть себе студенти на заняттях, як вони сприймають і осмислюють вивчений матеріал, яка в них пам’ять, в якій мірі проявляють самостійність і кмітливість, які їх розумові здібності.

2. Усний метод.

До опитування слід детально готуватись. Опитування повинно проводитись на кожному занятті. Потрібно привчити студентів до думки про те, що їх обов'язково будуть опитувати. Для того, щоб опитування пройшло ефективно, викладач повинен мати велику кількість дидактичних матеріалів і урізноманітнити форми опитування.

Є індивідуальне, фронтальне і ущільнене опитування. При цьому важливо вміти формулювати питання, постійно їх ускладнюючи. «Уміння ставити запитання, —писав К.

Ушинський, — і поступово ускладнюючи відповіді, є одна із головних і необхідних педагогічним звичок». Суть індивідуального усного опитування в тому, що викладач ставить запитання по змісту вивченого матеріалу і спонукає студента до відповіді, виявляючи таким чином рівень його засвоєння. Це досить ефективний і найбільш поширений метод опитування. В той же час усне індивідуальне опитування має недоліки: відносна трудоємкість, мала кількість опитаних студентів. Тому в практиці застосовують різні модифікаційні форми: фронтальне і ущільнене опитування, а також виставлення поурочної оцінки. Суть фронтального опитування в тому, що викладач поділяє вивчений матеріал на порівняно дрібні питання для того, щоб таким чином перевірити знання великої кількості студентів. Цей метод використовують тоді, коли потрібно повторити попередню тему або систематизувати пройдений матеріал перед вивченням нової теми. Суть ущільненого опитування в тому, що викладач викликає одного студента для усної відповіді, а трьом - чотирьом пропонує дати відповіді на раніше підготовлені запитання на окремих листках. Але захоплюватися цим методом не варто, оскільки опитування проводиться не тільки для контролю і накопичення оцінок, а й (і це основне) для закріплення виучуваного матеріалу. Крім цього, воно повинно сприяти розвитку мислення студентів, виявляти недоліки в їх знаннях, учити їх чітко і конкретно формулювати свої думки. Поурочна оцінка виставляється за знання, які окремі студенти виявляють протягом всього заняття, хоча вони не піддавались спеціальній перевірці. Це дозволяє викладачу підтримувати пізнавальну активність і увагу студентів, а також накопичувати оцінки поточної успішності.

3. Самостійні, контрольні і модульні роботи.

Це основні форми перевірки знань, умінь і навичок, а також творчих здібностей студентів. Суть цього методу в тому, що після проходження окремих тем чи розділів навчальної програми викладач проводить письмові або практичні роботи з метою перевірки і оцінки знань студентів. Характер і об'єм письмових робіт слід ретельно продумати, обґрунтувати. Вони визначаються змістом матеріалу і його особливостями, дидактичними завданнями заняття, рівнем підготовки студентів, їх рівнем мислення.

Після перевірки самостійної або контрольної роботи потрібно обов'язково провести її аналіз. Перевіряючи роботи викладач систематизує допущені помилки і виділяє серед ним найбільш типові. Для виправлення помилок слід розв' язати або ті вправи, де зроблені помилки, або аналогічні їм.

4. Перевірка домашніх робіт студентів.

Для оцінки якості успішності студентів велике значення має оцінка виконаних ними домашніх завдань. Це дозволяє вивчити відношення студентів до навчальної роботи, якість засвоєння вивчаючого матеріалу, наявність прогалин в знаннях, рівень самостійності при виконанні домашніх завдань.

Ефективним способом перевірки домашньої роботи є метод фронтального опитування: викладач при розв'язанні вправ, звертає увагу на шляхи вирішення проблемних завдань, а потім організує самосійну роботу студентів по виконанню аналогічних вправ.

5. Програмований контроль.

В системі перевірки знань студентів застосовують програмований контроль, який ще називають альтернативним методом або методом вибору. Суть цього методу зводиться до того, що студентам пропонуються запитання, на кожне з яких дається три - чотири відповіді, з яких лише одна є вірною. Декілька детальних запитань можна задавати всій групі, що дозволяє протягом кількох хвилин провірити знання цілої групи. Проте є і недоліки: одним з яких є те, що можна перевірити лише окремі сторони засвоєння вивченого матеріалу. Тому в системі навчальної роботи слід застосовувати всі методи перевірки, щоб забезпечити необхідну систематичність і глибину перевірки успішності студентів.

6. Опитування з елементами удосконалення вибіркової системи відповідей.

Суть цього методу полягає в тому, що в запропонованих запитаннях або прикладах пропонується декілька варіантів відповідей. Недоліком цієї системи є достатньо високий відсоток вгадування. За дослідженням кандидата педагогічних наук Б.Г.Сладкевича, якщо в

роботі є 5 запитань і варіантів відповідей, то ймовірність отримання позитивної оцінки (тобто вірної відповіді на 3 запитання) рівна 5,7% у випадку, якщо студент взагалі нічого не знає; 15%, якщо знає відповідь на 2 запитання. Для зниження відсотка вгадування слід: 1) короткочасне представлення варіантів відповідей; 2) послідовне представлення варіантів відповідей; 3) трьохкратне опрацювання відповіді, тобто введення графи «не знаю», «правильної відповіді нема»; 4) вибір відповіді в двох частинах; 5) мотивовані варіанти відповіді; 6) матрична система опитування.

Для роботи викладач дає кожному студенту карточку із завданням і варіанти відповідей, а також перевіряючий талон. За формами перевіряючого талону викладач виготовляє контрольний талон, який при перевірці накладається на зібрані перевіряючі талони і проколюється в клітинках з вірними відповідями. Дидактичною метою таких опитувань є: 1) закріплення пройденого матеріалу; 2) повторення; 3) поглиблення знань; 4) перевірка і контроль знань, умінь і навичок.

7. Матрична система опитування.

Суть цього методу: по змісту визначених розділів програми складають матрицю, де кожне запитання розглядається за декількома ознаками, які характеризують певні параметри. Матриця може використовуватися як для перевірки питань теорії, так і для перевірки розв'язання задач. Студент, отримавши питання, вибирає з матриці відповідь по кожній ознаці і записує її за допомогою вказаного в матриці цифрового коду. До переваг даного способу опитування слід віднести не тільки можливість за малий проміжок часу опитати всіх студентів групи, не тільки швидко перевірити, але і головним чином те, що перевірка знань по кожному запитанню виконується за декількома параметрами.

8. Опитування – гра.

Невеликі обчислювані приклади розв'язують в круговому порядку, тобто дані для наступного прикладу є результатами попереднього. Студент, виконавши своє завдання, передає результат наступному. Опитування можна проводити письмово і усно. Особливо вдало воно проходить в усній формі. Змістом завдань може бути матеріал повторення декількох тем. Можна провести опитування – гру як змагання між рядами студентів. Це завжди активізує групу, піднімає емоційний настрій і викликає зацікавлення.

9. Опитування – естафета.

Естафета проводиться як змагання трьох команд (рядів студентів). На дошці записані завдання трьох варіантів. За вказівкою викладача студенти виходять по одному із кожної команди до дошки, розв'язують приклад і передають естафету наступному і т.д.

10. Рецензування.

Для оживлення традиційних форм опитування і активізації уваги студентів до відповідей своїх товаришів, корисно проводити рецензування (письмове або усне) цих відповідей. Викладач повинен звернути увагу на важливість моментів рецензії: 1) наукова точність викладу; 2) логічність; 3) правильність, чіткість формулювання; 4) грамотність мови і записів на дошці; 5) правильність вживання математичної символіки і термінології.

11. Усні заліки.

Із зростанням ролі лекційного методу, семінарських занять, повторювально – узагальнюючих та тренувальних занять зростає роль залікової системи обліку знань, умінь і навичок студентів. Регулярно проводяться усні заліки за заздалегідь складеним планом. Для цього весь навчальний матеріал розбивається на теми, до кожної з яких дається перелік основних питань.

12. Тести.

Розрізняють дві основні групи тестів: тести розумової обдарованості та тести навчальної успішності (засвоєння знань).

Тести успішності – це сукупність спеціально підібраних завдань для виявлення знань студентів, що вимагають коротких однозначних відповідей. Є дві групи тестових завдань: 1) завдання у вигляді запитальних або стверджувальних речень, зміст яких вимагає від студента короткої і точної відповіді; 2) завдання, в яких студенти повинні заповнити пропуски. За

дидактичним призначенням тести із конструйованими відповідями класифікують так: 1) тести на доповнення; 2) тести на використання аналогії; 3) тести на заміну елементів відповіді.

13. Керуюча самостійна робота.

Суть цього способу в тому, що результат розв'язку першого прикладу є компонентом умови другого, результат розв'язку другого прикладу є компонентом умови третього і т.д. Студент, розв'язавши перший приклад, звіряє свою відповідь з відповідями, написаними в довільному порядку. Якщо відповідь студента не співпадає з кожною написаною на дошці, то він повертається до розв'язку, знаходить помилку і тільки тоді розв'язує друге завдання.

Керуюча самостійна робота розвиває увагу, самоконтроль, привчає самостійно знаходити помилки і отримувати вірний результат.

14. Перевірка вправ, в логічному розв'язку яких використовуються тільки формули.

Цей метод опитування використовується в тих розділах математики, коли задачу можна розв'язати за формулами в певному порядку, при чому не більше ніж двома - трьома способами.

На дошці, плакаті або планшеті виписують всі формули, які можуть бути використані при розв'язанні задач. Всі формули нумеруються. Викладач читає задачу, студенти обдумують план її розв'язку і записують на листочку у вигляді перетину номерів формул, необхідних для розв'язку задачі.

15. Математичні диктанти.

Це широко відома форма контролю за вивченням матеріалу і виявленням готовності студентів до сприйняття нового. Основні рекомендації до проведення: 1) диктант проводять на початку заняття; 2) складається із двох варіантів, які читаються чоловічим та жіночим голосами; 3) тривалість диктанту 3 - 8 хвилин; 4) кількість запитань 3-10; 5) текст запитань простий, легко сприймається на слух; 6) пауза між запитаннями повинна бути достатньою для написання відповіді студентами.

16. Експрес – диктанти.

Суть цього методу такий як суть математичних диктантів. Тільки студенти пишуть відповіді в двох екземплярах, один з яких – контрольний – дається викладачу, а другий – робочий – залишається студенту. Саме зворотній зв'язок «викладач – студент» є позитивним цього методу.

17. Перевірка знань з використанням планшетів, що покриті прозорою плівкою.

Цей спосіб перевірки знань дає дуже велику економію часу на занятті. Карточки - завдання, які написані на цупкому папері можна багатократно використовувати. На них можна написати дуже різноманітний матеріал. Наприклад: 1) завдання із стереометрії – побудувати переріз, доповнити малюнок, вказати взаємозв'язок елементів многогранника; 2) завдання обчислювального характеру, але вони не повинні містити великих обчислень; 3) розв'язок задач з використанням заданого алгоритму; 4) розв'язок задач і прикладів, які мають декілька способів розв'язку; 5) завдання на знаходження типової помилки. При цьому для слабших студентів можна дати вказівку до кожного способу розв'язання, середнім – підказку, сильнішим – вказати кількість розв'язків. Дидактичною метою використання планшетів, покритих плівкою, є закріплення і повторення пройденого матеріалу.

Отже:

1) контроль рівня засвоєння і якості знань, здобутих студентами в процесі вивчення математики, а також їх розвиток та готовність до застосування цих знань на практиці й демонструє співвідношення між тим, що студент знає з програмових дисциплін, і тим, що він може знати з цих же дисциплін на певному етапі навчання. На нашу думку, це визначення характеризує важливість контролю знань, суть якого, однак, набагато глибша і функціонально значуща;

2) ефективність використання методів і форм контролю знань, умінь та навичок студентів залежить від їх вдалого вибору і включення в загальний процес навчання, а також їх умілого

застосування викладачами. Вплив методів на студентів різноплановий. Тому необхідне постійне збагачення методики і засобів контролю за провідної ролі особистого спілкування викладача зі студентами.