НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ "ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"

ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ім. ІВАНА ФРАНКА

ТЕХНІЧНИЙ КОЛЕДЖ
НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ "ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"

МАТЕРІАЛИ

XX Міжвузівської науково-практичної конференції

"Методичні проблеми викладання математики у вищих навчальних закладах"



ЛЬВІВ – 2017

ТМУЛП 2017

Відповідальні за випуск:

к.пед.н. Васіна Людмила Степанівна **(Технічний коледж НУ "Львівська політехніка")**

к.ф.-м.н. Мохонько Валентина Дмитрівна **(Технічний коледж НУ "Львівська політехніка")**

Терехов Віктор Володимирович **(Технічний коледж НУ "Львівська політехніка")**

Матеріали XX Міжвузівської науково-практичної конференції "Методичні проблеми викладання математики у вищих навчальних закладах" / **"Українські технології", Методичні проблеми.: – Львів, 2017. – 105 с.**

ISBN 966-666-068-7

До збірника увійшли матеріали XX Міжвузівської науково-практичної конференції "Методичні проблеми викладання математики у вищих навчальних закладах", яка проходила 22 лютого 2017 року у Технічному коледжі Національного університету "Львівська політехніка" .



ISBN 966-666-068-7

© Колектив авторів, 2017
"Українські технології", Методичні проблеми, 2017

Зміст

1. **ГЕОМЕТРІЯ ВЕЛИКИХ ДАНИХ.** *М.М. Зарічний, д.ф.-м.н., професор,* Львівський національний університет імені Івана Франка
2. **ПРО ОСОБЛИВОСТІ ВИКЛАДАННЯ КОМПЛЕКСНИХ ЧИСЕЛ ТА ГЕОМЕТРІЇ У ВИЩИХ УЧБОВИХ ЗАКЛАДАХ I-IV РІВНІВ АКРЕДИТАЦІЇ. ПРАВИЛЬНІ ТРИКУТНИКИ.** [1]*І.О. Бобик І.О., к.ф.-м.н., доцент;* [1,3] *П.Я. Пукач, д.т.н., доцент;* [1,2] *М.М. Симотюк, к.ф.-м.н., с.н.с.,* [3]*І.І. Клюйник, к.т.н,* ([1]Національний університет "Львівська політехніка", [2]Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, [3]Технічний коледж Національного університету "Львівська політехніка")
3. **З ІСТОРІЇ МАТЕМАТИКИ У ЛЬВІВСЬКІЙ ПОЛІТЕХНІЦІ**. *Я.Г. Притула, к.ф.-м.н., доцент*, Львівський національний університет імені Івана Франка
4. **З ІНТЕРВ'Ю Б.Г.ОРАЧА ЖУРНАЛУ "СНОБ",** *Г. М. Гавриліна, випускниця СШ №52 м. Львова*
5. **МАТЕМАТИКА І МЕДИЦИНА**. *М.М. Стецик*, Самбірський медичний коледж
6. **ТЕСТ-КОНТРОЛЬ З МАТЕМАТИКИ. КОМП'ЮТЕРНЕ ТЕСТУВАННЯ.** *Л.Д. Борщевська*, Новороздільський політехнічний коледж
7. **"ХМАРНЕ" ОСВІТНЄ СЕРЕДОВИЩЕ У ВНЗ.** *І.Т. Неволіна*, Стрийський коледж ЛНАУ
8. **ПРОБЛЕМИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СТЕРЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ: ПОЯСНЕННЯ ДО ЇХ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ.** *Б.Д. Борис*, Самбірський державний педагогічний коледж ім. І. Филипчака
9. **СКІНЧЕНІ ПОЛЯ ТА ЇХ ПОБУДОВА.** *М.Ф. Стасюк, к.ф.-м.н., Р.М. Тацій, д.ф.-м.н.*, Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
10. **ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ "ПРЯМІ І ПЛОЩИНИ В ПРОСТОРІ",** *Б.С. Кравець, викладач-методист,* Дрогобицький коледж нафти і газу
11. **ПАРАДОКСИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ.** *Є.В. Черемних, д.ф.-м.н., професор,* Національний університет "Львівська політехніка"
12. **ДЕЯКІ АСПЕКТИ МЕТОДИКИ ВИКЛАДАННЯ СТАТИСТИЧНОГО АНАЛІЗУ.** *О.О. Карабин, к.ф.-м.н доцент, О.Ю. Чмир, к.ф.-м.-н., доцент.* Львівський державний університет безпеки життєдіяльності
13. **ВИКЛАДАТИ ВІД ПРОСТОЇ ТЕМИ ДО СКЛАДНОЇ.** *Є.В. Черемних, д.ф.-м.н., професор*, Національний університет "Львівська політехніка"
14. **МОЖЛИВІ ПІДХОДИ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ОДНІЄЇ ОЛІМПІАДНОЇ ЗАДАЧІ.** [1]*Т.Ю. Бохонова,* [2]*В.В. Тихонова, викладач-методист,* [3]*О.П. Томащук, к.пед.н., доцент,* [3]*В.А. Гроза, к.ф.-м.н., доцент,* [2]*О.Л. Лещинський к.ф.-м.н., доцент.* ([1]Київський науково-природничий ліцей № 145, [2]Промислово-економічний коледж НАУ, [3]Національний авіаційний університет), м. Київ
15. **ДЕЯКІ ПИТАННЯ МЕТОДИЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ**. *В.Д. Мохонько, к.ф.-м. н., доцент, Л.С. Васіна, к.пед.н.,* Технічний коледж Національного університету "Львівська політехніка"
16. **ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ПРОЕКТІВ НА ЗАНЯТТЯХ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ.** *О.М. Малик***,** Дніпропетровський коледж ракетно-космічного машинобудування Дніпропетровського національного університету ім. О. Гончара, м. Дніпро
17. **ЕКСПІРИЄНТИВНЕ НАВЧАННЯ ЯК ІНСТРУМЕНТ ІННОВАЦІЙНОГО РОЗВИТКУ ОСВІТИ.** *Н.Я. Сулик***,** Львівський техніко-економічний коледж Національного університету "Львівська політехніка"
18. **ПРО МЕТОДИ ЗАЦІКАВЛЕНОСТІ СТУДЕНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ.** *О.М. Трусевич***,** *к. ф.-м. н., доцент, Т.В. Гембара, к. т. н., доцент* Львівський державний університет безпеки життєдіяльності

ТК НУ ЛП 2017

19. **ВИКОРИСТАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У МАТЕМАТИЧНІЙ ПІДГОТОВЦІ МАЙБУТНІХ ФАХІВЦІВ МАШИНОБУДУВАННЯ.** *Л.О. Якшина, голова циклової комісії математики, інформатики та обчислювальної техніки*, заст. голови обласного методоб'єднання викладачів математики Харківської області, Харківський машинобудівний коледж, м. Харків

20. **МЕТОД ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ВИВЧЕННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ.** *О.М. Трусевич, к. ф.-м. н.,* Львівський державний університет безпеки життєдіяльності

21 **РОЛЬ МОТИВАЦІЇ ДО ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН У СТУДЕНТІВ ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ.** *Кусій М.І., к.пед.н., доцент, Меньшикова О.В., к.ф.-м.н., доцент, Дзюба Л.Ф., к.т.н., доцент,* Львівський державний університет безпеки життєдіяльності

22 **МОВА СТУДЕНТА ВІДПОВІДАЄ РІВНЮ ЗНАНЬ СТУДЕНТА.** *Є.В. Черемних, д.ф.- м.н., професор*, Національний університет "Львівська політехніка"

23 **МЕТОДИЧНІ ПРИЙОМИ ФОРМУВАННЯ У СТУДЕНТІВ ПОНЯТТЯ ПОХІДНОЇ.** *І.П. Данчишин, викладач математики,* Технічний коледж Національного університету "Львівська політехніка"

24 **ГАРМОНІЯ. КРАСА. ЖИТТЯ.** Сценарій розважально-пізнавальної шоу-програми. *Л. Жиленко, С. Федочинська*, Львівський техніко-економічний коледж Національного університету "Львівська політехніка"

25 **ЗАСТОСУВАННЯ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ В ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧАХ.** *Х.Б. Шеремет, викладач математики*, Технічний коледж Національного університету "Львівська політехніка"

26 **ПОВТОРЕННЯ ВИВЧЕНОГО ЯК НЕВІД'ЄМНА СКЛАДОВА У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ.** *Л.П. Бабич, викладач математики*, Технічний коледж Національного університету "Львівська політехніка"

27 **ТРИ ЗАДАЧІ З НАТУРАЛЬНИМ РЕЗУЛЬТАТОМ**. *В.М. Шаваровська, викладач математики*, Технічний коледж Національного університету "Львівська політехніка"

28 **ДОСЛІДНИЦЬКО-ПОШУКОВА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ НА ТЕМУ "ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ НА ЗНАХОДЖЕННЯ НАЙБІЛЬШИХ І НАЙМЕНШИХ ЗНАЧЕНЬ РЕАЛЬНИХ ВЕЛИЧИН",** *О.П. Калічун,* Львівський техніко-економічний коледж Національного університету "Львівська політехніка"

29 **АНАЛІЗ НАЙБІЛЬШ ПОШИРЕНИХ ПОМИЛОК СТУДЕНТІВ НА ЗАНЯТТЯХ МАТЕМАТИКИ І МЕТОДИ ЇХ УСУНЕННЯ (на прикладі стереометрії)**. *О.С. Олексів, викладач-методист*, Львівський автомобільно-дорожній коледж Національного університету "Львівська політехніка"

30 **ОПОРНИЙ КОНСПЕКТ – СПОСІБ АКТИВІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ ПРИ ПРОВЕДЕННІ ЛЕКЦІЙНИХ ЗАНЯТЬ**. *О.І. Масич, викладач-методист,* Новороздільський політехнічний коледж

31 **ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН.** *О.І. Сеник,* Львівський коледж транспортної інфраструктури ім. ак. В. Лазаряна

32 **ШЛЯХИ АКТИВІЗАЦІЇ ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ У ПРОЦЕСІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРИКЛАДНИХ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ.** *О.М. Маньків, викладач математики,* ВНЗ «Львівський кооперативний коледж економіки і права»

33 **МЕТОДИКА ПРОВЕДЕННЯ ЗАНЯТТЯ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ "ЗАСТОСУВАННЯ ПОХІДНОЇ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ПРАКТИЧНИХ ЗАДАЧ" З ВИКОРИСТАННЯМ МУЛЬТИМЕДІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ**. *О.С. Лаврівська, викладач-методист*, Екологічний коледж ЛНАУ

34 **ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ПРОЕКТІВ НА ЗАНЯТТЯХ З МАТЕМАТИКИ.** *Г.Р. Захарко, викладач-методист*, ДВНЗ «Червоноградський гірничо-

економічний коледж»

35 **ЗАСТОСУВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ В КОЛЕДЖІ**. *Долинюк М. М.*, Комунальний заклад Львівської обласної ради «Бродівський педагогічний коледж імені Маркіяна Шашкевича»

36 **ВЕБ-КВЕСТ ЯК ІННОВАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ при вивченні.** *Л.В. Юристовська, викладач-методист,* Львівський коледж легкої промисловості КНУТД

38 **ПРО НАВЧАЛЬНІ МОДЕЛІ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ.** *Васильків І. М., к. ф.-м. н, доцент,* Львівський національний університет ім. Івана Франка.



ТК 2017

ГЕОМЕТРІЯ ВЕЛИКИХ ДАНИХ

М.М. Зарічний, д.ф.-м.н., професор,
Львівський національний університет імені Івана Франка

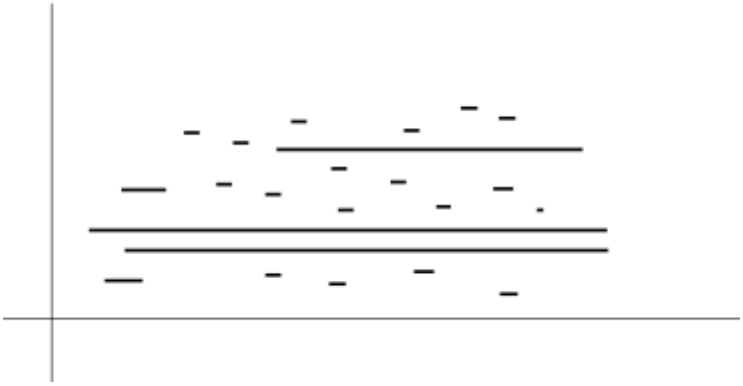
Великі дані (Big Data) – набори інформації дуже великих розмірів. Потік інформації, з яким зіткнулося людство, неймовірно зростає. За деякими оцінками, в близькому майбутньому він вимірюватиметься десятками зеттабайт (зетта - 10 у 21-му степені). З цим усім потрібно собі якось радити.

Як з'ясувалося, геометричні методи є надзвичайно корисними для розуміння Big Data. Вони відіграють велику роль у візуалізації великого масиву інформації; при цьому процесс візуалізації можна уподібнити до охоплення поглядом картини, виконаної у стилі пуантилізму (Жорж Сера, Поль Сіньяк, Анрі Крос та ін.)

Одним з важливих інструментів якісного дослідження Big Data є так звані стійкі гомології (persistent homology). Скласти собі уявлення про них можна у двовимірному випадку. Уявімо собі, що масив даних зображено точками у прямокутній системі координат на площині. Зафіксуємо додатнє число r. Якщо дві точки масиву перебувають на відстані $\leq r$, то з'єднаємо їх відрізком. Одержуємо деякий граф. Може так трапитися, що цей граф містить замкнені ламані (цикли).

Тепер опишемо зникнення циклу. Цикл ділить площину на дві частини, одна з яких обмежена (цей факт вперше довів К. Жордан). Якщо три точки з масиву даних попарно перебувають на відстані $\leq r$, то замалюємо трикутник з вершинами в цих точках в чорний колір. Якщо частина множини, обмежена циклом, замальована на чорно, то вважаємо, що цикл зникає.

Тепер для заданого масиву можемо намалювати так званий «штрих-код» - малюнок, де вісь абсцис служить для параметра r, а на осі ординат довільним чином відкладено точки, що служать умовними позначеннями для циклів.



При цьому цикли, що живуть недовго, трактуються як «шуми», а довгі цикли вважаються істотними; вони можуть трактуватися як геометричні характеристики масиву даних.

Таким чином, бачимо, що відносно прості геометричні конструкції, що базуються на понятті відстані, можуть мати застосування для характеризації

великих масивів даних; спектр застосувань геометричних методів для дослідження Великих Даних, звичайно ж, набагато ширший.

З історії математики у Львівській політехніці (1844-1939 роки)

Я.Г.Притула

В час глобалізаційних процесів у різних сферах суспільного життя, зокрема, в освіті, зростає зацікавлення розвитком систем освіти у різних країнах. Не менший інтерес і до історії освітніх закладів, які були і тепер є на теренах України. Якщо розвиток системи університетської освіти має давню історію, яка іде від Болонського університету (1158 р.), Парижського (1215 р.), Кембріджського (1209 р.) і ближче до нас Краківського (1346 р.), Празького (1348 р.) і Львівського (1661 р.) і т.д., то історія технічних вищих шкіл має лише трохи більше 200-річну історію.

Першим вищим технічним учбовим закладом в Європі була Політехнічна школа в Парижі (1794 р.). Пізніше технічні академії були відкриті в Празі (1806 р.), Відні (1815 р.), Дрездені (1828 р.) та інш. Львівська технічна академія, яка була відкрита у 1844 році, була у числі перших європейських технічних академій.

Технічну та комерційну освіту до цього часу давали : двохрічна реальна школа в Бродах (1815 р.) та трьохрічна реальна школа у Львові (1817 р.), яка з 1925 року стала двохрічною і здійснювала підготовку до навчання на філософському факультеті Львівського університету, де випускники продовжували вивчати технічні та комерційні науки. В 1835 році реальну школу названо Реально-комерційною Академією.

Заснована у 1844 році, Технічна академія в 1877 році була перейменована на Політехнічну школу, а в 1921 році - на Львівську Політехніку. З часом змінювалась структура політехніки. Якщо у 1844 році вона мала в складі один технічний відділ (деякий час і комерційний), то в 1827 році – два відділи : інженерії та архітектури, технічної хімії, а з 1875 року ще й відділ будови машин. З 1921 року вже були відділи: інженерії, архітектури, механічний, хімічний, рільничо-лісовий, загальний.

Першим курс математики в Академії читав О. Райзінгер, який у 1849-1871 роках був ректором. Курс практичної геометрії вів І.Лемох, який очолював кафедру математики в університеті. Кафедру математики в Академії утворено у 1851 році, її керівником був З. Жмурко. Після його переходу у Львівський університет з 1872 по 1898 рік кафедру очолював В.Заячковський. Дальше кафедрою (вона називалась першою) керували П. Дзівінський (з 1898 по 1925 рік) і В. Стожек (з 1926 по 1939 рік).

Другу кафедру було відкрито у 1883 році. ЇЇ керівниками були П. Дзівінський (з 1883 по 1898 рік), С. Кемпінський (з 1899 по 1908 рік) , З. Криговький (з 1908 по 1919 рік), А. Ломніцький (з 1919 по 1941 рік).

У той час, коли існували дві кафедри математики, професори викладали почергово І-ий та ІІ-ий курси математики. Перший курс містив основи вищої алгебри, аналітичну геометрію, основи диференціального та інтегрального числення і був обов’язковим для студентів всіх відділів. Другий курс містив,

ТК НУ ЛП 2017

зокрема, теорію диференціальних рівнянь, основи варіаційного числення, загальну теорію ліній та поверхонь.

З 1922 по 1933 роки на загальному відділі була третя кафедра математики. Її керівниками були : В.Стожек (1922-1927 рр.) і К. Куратовський (1927-1933 рр.). Завданням загального відділу було поглиблення теоретичних знань студентів інших відділів, а також підготовка вчителів для професійних і загальноосвітніх шкіл. Студенти, які навчались у математичній групі, могли спеціалізуватись з чистої математики, з прикладної математики, з нарисної та проективної геометрії. Планувалось також організувати навчання у напрямі статистики та страхування.

Асистентами та приват доцентами на кафедрах політехніки у різні роки працювали відомі вчені : О. Фабіан, Б. Абаканові, В. Кретковський, К. Жоравський, Л. Ботхер, А. Максимович, Л. Гординський, С. Банах, С. Качмаж, В. Нікліборц, В. Орліч, С. Мазур, С. Рузевіч, К. Малайко, А. Туровіч та інші.

Студентами політехніки були відомі вчені-математики. У 1910-1914 роках на відділі інженерії навчався С. Банах, який у 1920-1922 роках був асистентом на кафедрі професора А. Ломніцького. На загальному відділі навчався С. Улам, який у 1933 році на цьому відділі отримав ступінь доктора математики, пізніше в Лос-Анжелесі (США) він приймав участь у проекті створення атомної та водневої бомб.

Об’єм тез дозволяє згадати тільки основні дати та імена математиків, які працювали у Львівській політехніці. Опис організації навчання і наукових досліджень та аналіз наукових результатів математиків буде висвітлено в більш обширній публікації.

ПРО ОСОБЛИВОСТІ ВИКЛАДАННЯ КОМПЛЕКСНИХ ЧИСЕЛ ТА ГЕОМЕТРІЇ У ВИЩИХ УЧБОВИХ ЗАКЛАДАХ І-IV РІВНІВ АКРЕДИТАЦІЇ.

І. ПРАВИЛЬНІ ТРИКУТНИКИ.

І.О. Бобик[1], к.ф.-м.н., доцент; П.Я. Пукач[1,3], д.т.н., доцент;
М.М. Симотюк[1,2], к.ф.-м.н., .н.с.; І.І. Клюйник[3], к.т.н.

[1]Національний університет „Львівська політехніка“,
[2]Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України
[3]Технічний коледж Національного університету „Львівська політехніка“

1. Вступ. Перші уявлення про комплексні числа студенти технічних учбових закладів отримують вже на перших лекціях з вищої математики. Однак через напруженість і насиченість цього курсу викладач зазвичай має обмаль часу для детального обговорення можливих застосувань комплексних чисел в елементарній геометрії, тригонометрії, теорії геометричних перетворень, а також в електротехніці та в задачах з різним механічним та фізичним змістом. У результаті у студентів складається хибне враження, що ці числа є штучними і використовуються з єдиною метою – отримати розв’язки квадратних рівнянь із дійсними коефіцієнтами, дискримінант яких є від’ємним числом.

ТКНУ ЛП 2017

На нашу думку, вивчення комплексних чисел у технічному закладі доцільно поєднати із розв'язуванням задач із тригонометрії та геометрії, які можна включити до програми факультативу гуртка з математики або до розрахунково-графічних робіт. По-перше, це дозволить уникнути великого розриву між шкільною та вузівською математикою; по-друге, вміння розв'язувати геометричні задачі стає у пригоді при виконанні інженерних розрахунків механізмів, будівель та споруд; по-третє, використання методу комплексних чисел у багатьох випадках є простішим порівняно з координатним, векторним та іншими методами, які вимагають від студентів значної кмітливості та тривалих пошуків, хоча розв'язок задачі може бути дуже коротким. Крім того, у результаті застосування методу комплексних чисел часто можна виявити нові деталі та узагальнення задач, що отримуються за допомогою аналізу отриманих формул та співвідношень.

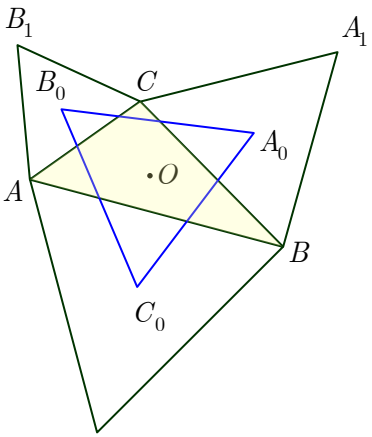


Рис. 1. Ілюстрація задачі 1

У даній доповіді буде продемонстровано, як використати метод комплексних чисел до розв'язування кількох планіметричних задач, пов'язаних із рівносторонніми трикутниками. При цьому подано перелік допоміжних результатів, які сформульовано у термінах комплексних чисел. Ці результати виражають критерій правильності трикутників на площині. У доповіді буде наведено також застосування до розв'язування сформульованих задач теорем синусів і косинусів, векторного методу, методу повороту, а також їх порівняння.

Доповідь базується на матеріалах занять, які автори у різний час проводили у Національному університеті „Львівська політехніка" та Львівській обласній Малій академії наук. При підготовці матеріалів використано літературні джерела [1–13].

2. Формулювання задач про рівносторонні трикутники. Сформулюємо геометричні задачі, на прикладі яких покажемо застосування методу комплексних чисел.

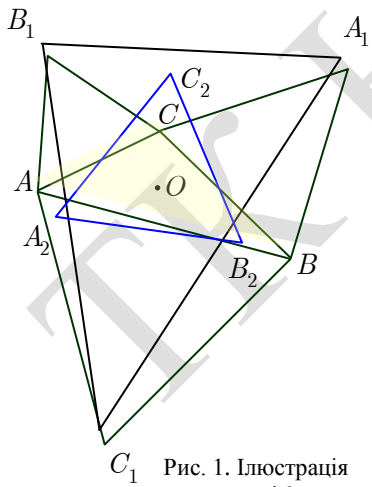


Рис. 1. Ілюстрація задачі 2

Задача 1. *На сторонах BC, AC, AB трикутника ABC побудовані ззовні нього в його площині рівносторонні трикутники BCA_1, CAB_1, ABC_1. Довести, що: а) центроїди A_0, B_0, C_0 цих трикутників є вершинами рівностороннього трикутника; б) центроїд трикутника $A_0B_0C_0$ співпадає з центроїдом заданого трикутника ABC (див. рис. 1).*

Зауважимо, що твердження а), б) задачі 1 зберігаються і для випадку, коли рівносторонні трикутники BCA_1, CAB_1, ABC_1 будуються всередину трикутника ABC.

Задача 2. *Нехай точки A_2, B_2, C_2 – центроїди трикутників AB_1C_1, BA_1C_1, CB_1A_1. Тоді трикутник $A_2B_2C_2$ є правильним і його центроїд співпадає з центроїдом даного трикутника ABC (див. рис. 2).*

ТНТУ ім. І. Пулюя 2017

Задача 3. *Нехай точки* A_3, B_3, C_3 *– середини відрізків* AA_0, BB_0, CC_0 *і нехай точки* A_4, B_4, C_4 *– середини відрізків* AA_1, BB_1, CC_1. *Тоді трикутники* $A_3B_3C_3$, A_4B_4C, B_4C_4A, B_4C_4A *є рівносторонніми.*

Підбірка задач 1, 2, 3 пов'язана з іменем Наполеона Бонапарта[1], якому легенда приписує їх авторство.

3. Афікси точок. Геометричні властивості у термінах афіксів точок. Для розв'язування сформульованих задач наведемо деякі допоміжні властивості. Нехай Oxy – задана декартова система координат. Точці $M(x,y)$ відповідає комплексне число $z = x + iy$, яке називається афіксом точки $M(x,y)$.

Властивість 1. (Критерій правильності трикутника у термінах афіксів його вершин). *Нехай* a,b,c *– афікси точок* A,B,C *відповідно. Якщо трикутник* ABC *є рівностороннім, обхід вершин* A,B,C *якого здійснюється проти годинникової стрілки, то виконується рівність*

$$a + b\lambda + c\lambda^2 = 0, \qquad \lambda = e^{i2\pi/3}. \tag{1}$$

Якщо ж обхід вершин A,B,C *рівностороннього трикутника* ABC *здійснюється за годинниковою стрілкою, то*

$$a\lambda^2 + b\lambda + c = 0, \qquad \lambda = e^{i2\pi/3}. \tag{2}$$

Навпаки, якщо виконується одна з рівностей (1), (2), то або точки A,B,C *співпадають, або трикутник* ABC *є рівностороннім, обхід вершин* A,B,C *якого здійснюється проти годинникової стрілки (у випадку виконання рівності (1)) або ж за годинниковою стрілкою (у випадку виконання рівності (2)).*

Властивість 2. (Афікс точки перетину медіан). *Нехай* a,b,c *– афікси вершин трикутника* ABC. *Тоді афіксом точки перетину медіан є число* $(a+b+c)/3$.

Ідею методу комплексних чисел покажемо на прикладі розв'язування задачі 1 а). Нехай a,b,c – афікси вершин A,B,C трикутника ABC і нехай a_j, b_j, c_j – афікси побудованих точок A_j, B_j, C_j, $j = 0,1$, відповідно. Із властивості 2 випливає, що

$$a_0 = (b + c + a_1)/3, \qquad b_0 = (a + c + b_1)/3, \qquad c_0 = (a + b + c_1)/3. \tag{3}$$

Оскільки трикутники BCA_1, CAB_1, ABC_1 є рівносторонніми, то, згідно з властивістю 1, афікси a_1, b_1, c_1 визначаються з рівностей

$$a_1 = -c\lambda - b\lambda^2, \qquad b_1 = -a\lambda - c\lambda^2, \qquad c_1 = -b\lambda - a\lambda^2, \qquad \lambda = e^{i2\pi/3}. \tag{4}$$

Тоді з (3), (4) дістаємо $3(a_0 + b_0\lambda + c_0\lambda^2) = 0$, тобто трикутник $A_0B_0C_0$ є рівностороннім.

4. Узагальнення задач Наполеона. Вкажемо на деякі узагальнення задач Наполеона, які можна встановити за допомогою методу комплексних чисел.

---

[1] **Наполеон Бонапарт** (1769–1821) – видатний французький воєначальник, імператор. Закінчив Паризьку військову школу, слухав лекції Лапласа і Монжа. У 1788 р. написав трактат із зовнішньої балістики по штовханню ядер і бомб. Він добре розумів, яке важливе значення для розвитку артилерії має математика, яка дозволяє обчислювати траєкторії снарядів, дальність пострілу, необхідну кількість заряду. Наполеон Бонапарт підтримував дружні стосунки з багатьма тогочасними математиками, був щедрим на нагороди і титули для них.

ТНЕУ ЛП 2017

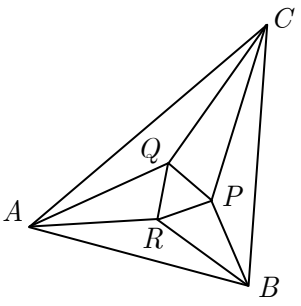


Рис. 3. Графічна ілюстрація теореми Морлея

Задача 4. *На сторонах BC, AC, AB трикутника ABC побудовані ззовні нього в його площині подібні трикутники BCA_1, CAB_1, ABC_1. Довести, що центроїди трикутників BCA_1, CAB_1, ABC_1 є вершинами трикутника, подібного їм, при цьому центроїди трикутників ABC і $A_1B_1C_1$ співпадають.*

Задача 5. *На сторонах BC, AC, AB трикутника ABC побудовані ззовні нього в його площині три правильні n-кутники. Знайти всі значення n, для яких центри побудованих n-кутників є вершинами рівностороннього трикутника (із матеріалів журі Балканської математичної олімпіади, 1990 р.).*

Нагадаємо, що трисектрисами кута називаються прямі, які проходять через його вершину та ділять його на три рівні частини.

Задача 6. (Теорема Морлея[2]). *Трисектриси кутів трикутника, які примикають до однієї сторони, попарно перетинаються в точках, які є вершинами рівностороннього трикутника (див. рис. 3).*

Список використаних джерел

1. *Алфутова Н.Б., Устинов А.В.* Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ. 3-е изд., испр. и доп. – М.: МЦНМО, 2009. – 336 с.
2. *Березин В.Н.* Задача Наполеона // Квант, № 6, 1972.
3. *Моденов П.С.* Задачи по геометрии. – М.: Наука, 1979. – 368 с.
4. *Прасолов В.В.* Задачи по планиметрии. – М.: Наука. – В 2-х ч: Ч.2. – 1991. – 240 с.
5. *Прасолов В.В.* Точки Брокара и изогональное сопряжение. – М.: Наука. – В 2-х ч: Ч.2. – 1991. – 240 с. М.: МЦНМО, 2009. – 336 с.
6. *Скопец З.А.* Геометрические миниатюры. – М.: Просвещение, 1990. – 224 с.
7. *Шарыгин И.Ф.* Факультативный курс по математике. – М.: Просвещение, 1989. – 352 с.
8. *Яглом И.М.* Коплексные числа и их применение в геометрии. – М.: Физматгиз, 1963. – 192 с.
9. *Andreescu T., Andrica D.* Complex Numbers from A to ... Z, Springer Science+Business Media New York, 2014, doi 10.1007/978-0-8176-8415-01
10. *Ayoub B. Ayoub*. Triangles with the Same Centroid // Mathematics Magazine, Vol. 71, No. 3 (Jun., 1998), pp. 221–224.
11. *Coxeter H.S.M., Greitzer S.L.* Geometry Revisited, New Mathematical Library (Volume 19), Random House Inc., New York, 1967.
12. *Liang-shin Hahn*. Complex numbers and geometry // MAA Spectrum, Mathematical Association of America, Washington, DC, 1994.
13. http://www.cut-the-not.org/arithmetic/algebra/ComplexNumbersGeometry.shtml

[2] Теорему Морлея помилково приписують Наполеону Бонапарту, хоча сформулював її у 1899 р. **Френк Морлей**, професор математики у Геверфордському коледжі. Відзначимо також, що знаменитий французький математик **Анрі Лебег** (1875–1941), почесний доктор Львівського університету, довів, що серед точок перетину всіх трисектрис трикутника можна вказати 27 трійок точок, які є вершинами рівносторонніх трикутників.

ІКНУЛІТ 2017

З ІНТЕРВ'Ю Б.Г.ОРАЧА ЖУРНАЛУ "СНОБ"

У результаті я дійшов висновку, що, коли дитина народжується на світ, все запрограмовано: і його здібності, і його характер. Все, що може педагогіка, - це 30% становлення особистості, у кращому разі, а інші 70% вже закладені в людині. Вона від природи добра і від природи жорстока.

Якщо ти народився з покликанням до педагогіки, решта - справа техніки. Я виробив для себе декілька правил. **Перше правило** - вчитель повинен мати ті ж якості, які він хоче прищепити учням. За 60 років роботи в школі я жодного разу не запізнився на урок. Мені здавалося, що, якщо я хоч раз запізнюся і потім сваритиму за запізнення свого учня, він скаже: "А ви теж запізнилися". І все! А так я мав моральне право. Виходив набагато раніше за часом - автобус ходив раз в півтори години.

Якщо ти хочеш, щоб учні займалися фізичним загартуванням, ти сам повинен їм займатися. Я загартував себе до того, що при 20 градусах морозу на вулиці бігав в одних шортах. І, звичайно, мав право вимагати від учнів занять спортом. А якщо була контрольна робота, то на наступному уроці я повинен був зробити аналіз результатів. Якби я раз прийшов і сказав: "Я не встиг перевірити", то учень сказав би : "А я не встиг виконати ваші завдання".

Друге правило - не розповідати, а тренувати. Я усі уроки давав без конспектів і діяв ефектно, як артист. Усі були в захваті. Але ось проводжу першу контрольну роботу у випускному класі в 1953 році, і більшість пише на двійку. Я в жаху - адже на уроках вони все розуміли! Тоді я усвідомив: розуміти - це ще не значить знати. Все одно, що я скажу: "Хлопці, я вам покажу, як потрібно плавати стилем брас. Рухи такі-то. Ви зрозуміли? Пливіть". Так само в математиці. Тоді я став просити спочатку ставити питання, а потім вже записувати по пам'яті.

Головна моя ідея - треба не просто вирішувати задачі, а знайомити учнів з методами і підходами до різних типів задач, найбільш раціональними. Я беру складні задачі, однакові за змістом, і шукаю загальне найбільш раціональне рішення, оптимальне. Начальство до мене не чіплялося, тому що був результат.

Колись рахували вручну, а зараз ми можемо користуватися калькулятором. І це дуже добре: краще нехай механічну роботу робить механізм - вона займає багато часу, але нічого не розвиває. Розвиток логічного мислення не обов'язково досягається через усний рахунок. Це рішення завдань по математиці, пошук доказів теорем.

І третє правило - коли ти пояснюєш матеріал, то тільки 5% твоєї уваги повинно бути приділено самому поясненню матеріалу. А 95% - тому, щоб бачити кожного учня. Кожного! І помітити, хто відволікається і не слухає. Це не питання дисципліни - у мене ніколи не було з нею проблем. Говорять, що можна коня привести до води, але пити його не можна змусити. Так само і змусити вчитися не можна.

ІКНУ ДП 2017

МАТЕМАТИКА І МЕДИЦИНА

М.М. Стецик, *Самбірський медичний коледж*

Не існує будь-яких достовірних тестів на обдарованість, крім тих, які проявляються в процесі активної участі хоча б у будь-якій мінімальній пошуково-дослідницькій роботі.

А. М. Колмогоров

На сучасному етапі відбуваються дуже важливі цікаві процеси, народжені інтенсивним розвитком науки і техніки, завдяки яким протягом двох-трьох десятиліть наступають такі зміни у житті та й у світосприйнятті, на які потрібні були б століття. Одним з цих процесів є посилення ролі математики в житті суспільства.

Математика вже давно стала невід'ємною складовою усіх галузей існування. Її універсальність особливо ілюструється математичним моделюванням. Математична модель та її аналіз математичними засобами, іноді, може замінити наявність експериментальної установки. Поступово математика відіграє цілком нову роль в процесі пізнання. Математика це ще і мова. І, як і всяка мова, це форма мислення. Етапи математизації починається тоді, коли дисципліні вже не вистачає тієї звичайної мови, коли можливості її для прогресу науки виявилися вичерпаними.

Між науками відбувається обмін ідеями і методами. Але жодна інша, окрім математики, не виявилася здатною так органічно зливатися з іншими науками та збагачувати їх своїми ідеями та методами як математика.

Вимоги часу і радикальна реформа системи освіти орієнтують викладачів на застосування і впровадження гуманістичного підходу та інноваційних технологій, які б сприяли розвитку творчих здібностей студентів.

Ця науково-дослідницька робота, власне, відображає інтеграцію математики у медицину, мотивує необхідність її вивчення в медичних закладах та сприяє розвитку індивідуальних здібностей студентів.

ЗАГАЛЬНІ ТЕНДЕНЦІЇ В СУЧАСНІЙ НАУЦІ

На сучасному етапі прискореного соціально-економічного розвитку суспільства, що характеризується поступовою й неухильною інтеграцією України в європейські структури, важливого значення набуває підвищення освітнього рівня підготовки висококваліфікованих спеціалістів, збагачення їх інтелектуального та творчого потенціалу.

Умовами розв'язання цього завдання є :

- ❑ розвиток розумових здібностей студентів;
- ❑ формування здатності самим контролювати процес засвоєння нових знань;
- ❑ задоволення пізнавальних потреб, як засобу мотивації глибшого вивчення конкретних дисциплін;
- ❑ підвищення ефективності якості навчання;
- ❑ необхідність озброєння спеціалістів вмінням володіти знаннями.

АКТУАЛЬНІСТЬ БУДЬ-ЯКОГО ДОСЛІДЖЕННЯ ЗУМОВЛЕНА:

– соціальним замовленням суспільства щодо підвищення рівня підготовки молодих спеціалістів у їх професійній діяльності;

– суперечністю між соціальною потребою в глибокому оволодінні студентами та існуючим рівнем їх мовленнєвої компетенції.

Тому *важливо сьогодні* вдосконалювати систему освіти організацією науково-дослідницької діяльності студентів. Коли ми вивчаємо будь-яку науку - ми розвиваємося в певному напрямку. Вивчаючи математику, ми вдосконалюємо себе. Це специфічний спосіб самовиховання.

Математика – надзвичайно потужний і гнучкий інструмент при вивченні навколишнього світу.

БЕЗ МАТЕМАТИКИ НЕ БУТИ ЗДОРОВ'Ю!



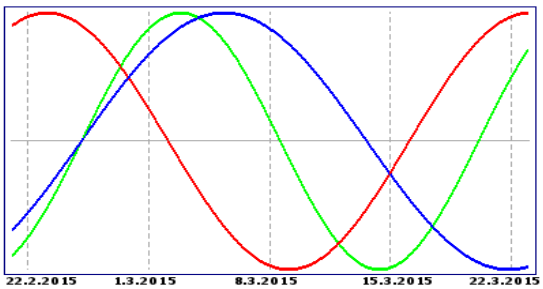
БІОФІЗИКА

Однією із фундаментальних властивостей живої природи є її циклічність - періодичність. Наше самопочуття підпорядковується біологічним ритмам. ***Біоритми*** – це періодично повторювані зміни характеру та інтенсивності біопроцесів і явищ.

З моменту народження людини її фізичний, емоційний та інтелектуальний стан базується на основі трьох циклів: фізичного – тривалістю 23дн. , емоційного – тривалістю 28дн., інтелектуального – тривалістю 33дн.

Модель природніх біоритмів можна побудувати за допомогою графіка тригонометричної функції **y= sinx.**

Для цього необхідно ввести дату народження людини (день, місяць і рік) та тривалість прогнозу.



КАРДІОЛОГІЯ

Тригонометрія відіграє важливу роль і в кардіології. З її допомогою іранські вчені відкрили формулу серця – комплексну алгебраїчно-тригонометричну

рівність, яка містить 8 виразів, 32 коефіцієнти і 33 основні параметри, включаючи декілька додаткових для підрахунків у випадку аритмій.

$$\frac{\partial}{\partial \tau}\left(\sum_{0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!}\int_0^t\dots\int_0^t dt_1\dots dt_n\right)\times$$
$$\times\varphi^{P_1,\,P_2,\,\dots,\,P_k}_{m+2,\,n_2,\,\dots,\,n_k}(0,\,\tau,\,t_1,\,\dots,\,t_m;\,s_{21},\,\dots,\,s_{2n_2};\,\dots;\,s_{kn_k})_{\tau=t}=$$
$$=\frac{\partial}{\partial \tau}\left(\lambda\int\int\int dV_Q\sum_{0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!}\int_0^t\dots\int_0^t dt_1\dots dt_n\right)\times$$
$$\times\varphi^{P_1,\,P_2,\,\dots,\,P_k,\,Q}_{m+1,\,n_2,\,\dots,\,n_k,\,1}\left(0,\,t_1,\,\dots,\,t_m;\,s_{21},\,\dots,\,s_{2n_2};\,\dots\right.$$
$$\left.\dots;\,s_{k_1},\,\dots,\,s_{kn_k};\,\tau-\frac{\overline{P_1Q}}{v}\right)_{\tau=t}.$$

НЕЙРОХІРУРГІЯ

Американські вчені стверджують, що мозок оцінює відстань до об'єктів, визначаючи кут між площиною землі і площиною зору. Такий висновок було зроблено після серії експериментів в результаті яких отримані знання можуть використовуватися при реабілітації пацієнтів з пошкодженнями певних частин мозку.

ЛЮДСЬКИЙ МОЗОК І МАТЕМАТИКА

Виявляються, серед 100 млн. клітин нашого головного мозку є такі, які призначені для розуміння цифр.

Вчені виділили групи з 1-2 млн. клітин в області мозку, які реагують набагато жвавіше, коли учасники бачили цифри, а не слова.

"Це вперше в історії дослідження, яке вказало на існування в людському мозку кластера нервових клітин, які спеціалізуються на обробці цифр" – *заявив доцент кафедри неврології Стенфордського університету доктор Джозеф Парвіз.*



ПОНЯТТЯ СИМЕТРІЇ У МЕДИЦИНІ

У медицині, як і в математиці використовується поняття «симетрія». Яскравим прикладом цього слугує хребет людини.

СИМЕТРІЯ І СКОЛІОЗ

Симетрія у математиці властивість об'єкту відтворювати себе при певних трансформаціях.

Сколіоз – деформація хребта .

Розрізняють чотири ступені викривлення хребта в залежності від кута відхилення від вертикальної лінії.

Якщо хребет немає ніякої патології, то його хребці симетричні відносно деякої прямої проведеної вертикально.

У людини, яка лежить, вигини менш помітні, а хребет на 2-3 см довший. Вранці зріст людини на 2-3см більший, ніж ввечері.

Довжина хребта дорослої людини приблизно 70 см, у жінок він трохи коротший. У похилому віці хребет зменшується на 4-7 см.



ВІТРУВІАНСЬКИЙ ЧОЛОВІК

Вітрувіанський чоловік – *малюнок, виконаний Леонардо да Вінчі приблизно в 1490-92рр.*, як ілюстрація для книги присвяченої працям Вітрувія.

Малюнок супроводжується тлумачувальними записами. На ньому зображена фігура оголеного чоловіка в двох накладених

ТНТУ ДП 2017

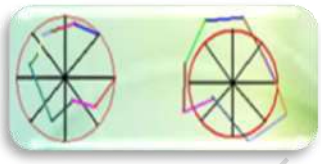
одна на одну позиціях: з розведеними по сторонах руками, описуючи круг і квадрат.

Малюнок і текст інколи називають канонічними пропорціями. Дальше йде опис співвідношення між різними частинами людського тіла.

ФІЗІОЛОГІЯ

В інституті нормальної фізіології ім. Анохіна було обстежено кілька сотень здорових і хворих людей. У кожного вимірювали температуру, артеріальний тиск, пульс, частоту дихання, стан легень та судин - всього більше 20-ти параметрів. Ці показники автоматично оброблялися на ЕОМ і відкладалися на радіусах одного круга. Коли їх сполучили однією лінією, вийшла крива -геометричне зображення стану здоров'я людини. Виявилось, чим кращий стан здоров'я, тим більше наближається крива до кола, а значення фізіологічних параметрів не виходить за межі круга.

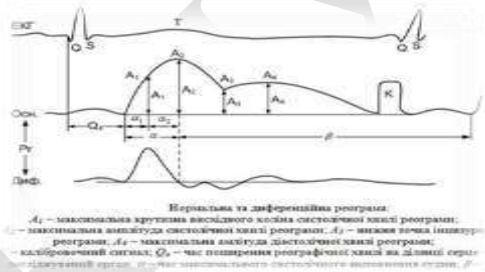
ЗОЛОТИЙ ПЕРЕРІЗ

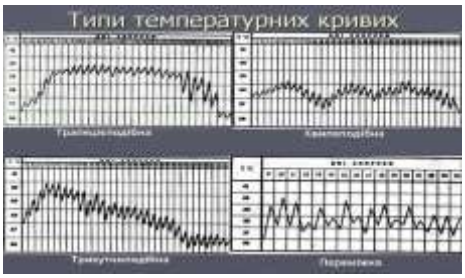


ГРАФІЧНА МОВА

Одним із основних способів задання функції є графічний. Графічна мова знайшла широке застосування і в медицині: електрокардіограма, енцефалограма, міограма, температурна крива, спірограма, реоенцефалограма… Графічно відображається робота того чи іншого органу і систем, аналізуючи їх - ставиться діагноз.

Температурні криві - графічне зображення температури при щоденному вимірюванні. Дають наочне уявлення про характер лихоманки і, нерідко, мають діагностично-прогностичне значення.





ЛОР

В медичній практиці використовуються математичні моделі для вивчення всіх життєво важливих процесів. Математика посідає вагоме місце у вивченні акустичних характеристик слухового апарату.

ОЧНІ ХВОРОБИ

Цілий ряд досліджень ока і його функцій неможливі без математики.

У периметрії використовуємо визначення межі поля зору в градусах.

Визначення заломлюючої оптичної системи ока вимірюється діоптріями і ≈60.

При мікрохірургії ока маленька помилка, всього в пару міліметрів, може коштувати людині зору.

І навіть для того, щоб правильно підібрати окуляри теж потрібна математика.

ТНТУ ІПІ 2017

АКУШЕРСТВО І ГІНЕКОЛОГІЯ

Математичні операції є актуальними і в даній галузі медицини:

– визначенням відповідності розмірів голівки до розмірів тазу, встановлюється відповідність родових шляхів;

– вимірюванням діагональної кон'югати прогнозується народження дитини природнім методом;

– вимірюванням біпарієтального розміру голівки плоду можна прогнозувати вагу дитини при народженні.

ПЕДІАТРІЯ

Для того, щоб встановити стан новонародженої дитини і, в подальшому, призначити лікування, потрібно знати масово-ростовий коефіцієнт, який визначається за допомогою математичних операцій.

Належну масу тіла дитини будь-якого місяця 1-го року життя можна приблизно встановити за такою формулою:

Належна маса = масі під час народження + (a × n), де a = 650 г для I півріччя і 550 г - для II півріччя.

ХІРУРГІЯ

На сьогоднішній час приблизно у 10% населення розвинених країн трапляється пептична виразка. Основним місцем її локалізації в шлунку – мала кривизна. Незважаючи на вдосконалення методів фармакотерапії виразки, ряд хворих потребують хірургічного втручання.

Якраз математики підказали новий спосіб ведення таких операцій, а саме: розрізати протоку в початковій частині. Клінічні випробування підтвердили ефективність цього методу.

ТРАВМАТОЛОГІЯ

При лікуванні переломів потрібно правильно визначити довжину металевих пластин, гвинтів, спиць, кутів під якими вони фіксуються.

ЕПІДЕМІОЛОГІЯ

Вчені Київського науково-дослідного інституту епідеміології та мікробіології створили математичну модель епідемії грипу.

Математична модель епідемії грипу

$$-\frac{dx}{d\tau} = x(n - x + 1) = \frac{\beta n(n+1)^2 e^{(n+1)t}}{\{n + e^{(n+1)\tau}\}^2}$$

ІНФЕКЦІЙНІ ХВОРОБИ

При багатьох захворюваннях втрачається рідина в організмі та різні мікроелементи. Щоб призначити таким хворим адекватне лікування - потрібно визначити ступінь цієї втрати, тобто ступінь ексікозу.

Водний баланс визначається за формулою :

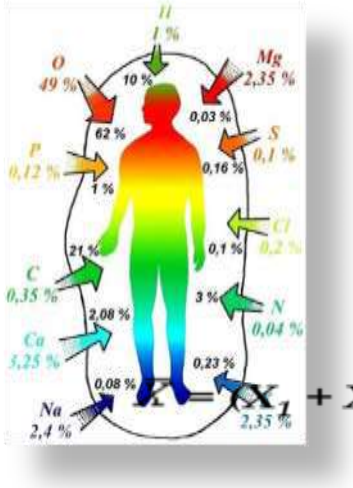
$$\frac{D \cdot D}{\text{к} - \text{ть в.р.}} \cdot 100\% = N\,(70\% - 80\%)$$

ЕКСПРЕС-ОЦІНКА РІВНЯ СОМАТИЧНОГО ЗДОРОВ'Я

На основі математичних формул розробляється експрес-оцінка рівня соматичного здоров'я. Зокрема, індекс маси тіла

$$\frac{\text{ЧСС} \cdot \text{АТсис}}{100}$$

ТК НУ ЛП 2017



(кг/ м^2), ЖЕЛ, ЧСС ( ).

ПОНЯТТЯ СЕРЕДНЬОГО У МЕДИЧНІЙ СТАСТИЦІ

Середня - дуже інформативна міра "центрального положення" спостережуваної змінної, особливо якщо повідомляється її довірчий інтервал. Досліднику потрібні такі статистики, які дозволяють зробити висновок в цілому. Однією з таких статистик **<u>є середнє</u>**.

$$\bar{X} = (X_1 + X_2 + \ldots + X_n) / n$$

За статистичними даними, протягом останніх десятиліть, на 1000 осіб населення припадає 1500 захворювань. Серед них найпоширеніші: захворювання системи кровообігу, органів дихання, злоякісні новоутворення, захворювання органів травлення, кістково-м'язової системи, ендокринної системи та порушення обміну речовин.

В даний час 80% жителів України страждають відсутністю необхідного імунітету, 70-100% населення має дефіцит аскорбінової кислоти (віта-міну С), 40-80% дефіцит вітамінів В1,В2,В6 і фолієвої кислоти; 40-60% дефіцит b-каротину … І це далеко не повний перелік відсутніх елементів, що мають ЖИТТЄВО ВАЖЛИВЕ ЗНАЧЕННЯ ДЛЯ ЗДОРОВ'Я ЛЮДИНИ.

ВИСНОВОК

Як бачимо математика несе в наше життя наступні три функції: *метод дослідження, засіб обчислення, універсальну мову науки.*

Всі ці функції використовуються і використовуватимуться для розвитку медицини, оскільки всі процеси людського організму, при їх вивченні, на сьогоднішньому етапі, майже обов'язково, моделюються ***математично.***

Для того, щоб опанувати медичну спеціальність потрібно вивчити багато медичних дисциплін, які не обходяться без математики і саму м а т е м а т и к у.

Аналіз математичних об'єктів, графіків, рівнянь, нерівностей, матриць і т.д. допомагає лікарям ефективніше здійснювати профілактику і обирати оптимальні методи лікування різних захворювань.

Ніякої достовірності немає в науках там,
де не можна прикласти жодної
з математичних наук, і в тому,
що не має зв'язку з математикою.
Леонардо да Вінчі

ТК НУЛП 2017

ТЕСТ-КОНТРОЛЬ З МАТЕМАТИКИ. КОМП'ЮТЕРНЕ ТЕСТУВАННЯ

Л.Д. Борщевська, *викладач-методист*, **Т.А. Білоус,** *викладач,*
ДВНЗ "Новороздільський політехнічний коледж"

Вступ

Одним із шляхів підвищення якості освіти є підвищення контролю знань. Здійснення контролю в навчальному процесі має на меті виявити якість засвоєння знань , виміряти її величину та присвоїти оцінку.

Перевірка й оцінка знань студентів є активним процесом . Завдання викладача – знайти найефективніший засіб перевірки знань , щоб виявити досягнення студентів і стимулювати їх надалі оволодівати знаннями .

Знання майбутніх спеціалістів багатогранні , їх неможливо оцінити якимось єдиним способом , і тому необхідно користуватись різними методами оцінки , серед яких об'єктивне тестування з теми , розділу , модуля чи зі всієї дисципліни . Необхідно створювати таку атмосферу , щоб студент обов'язково працював систематично, готувати їх до тестування доцільно на всіх курсах навчання . Одним із шляхів здійснення цієї мети є **тестовий контроль знань .** Міняються окремі форми і способи контролю знань, але його головна суть – знати, наскільки вдало відбувся процес засвоєння вивченого матеріалу, – залишається незмінною.

Види контролю

Тестовий контроль передбачає проведення чотирьох основних етапів перевірки:

- **діагностична** (для виявлення знань студентів на початок нового навчального року за курс попереднього року) ;
- **поточна** (для отримання викладачем інформації про якість засвоєння студентами матеріалу та формування у них умінь та навичок) ;
- **тематична** (для перевірки рівня володіння студентами навичками та вміннями у межах теми, що вивчалася) ;
- **підсумкова** (здійснюється на певному освітньому рівні навчання або на окремих його закінчених етапах, в кінці семестру чи навчального року у формі диференційованого заліку , семестрового екзамену , державної атестації).

Оцінка засвоєння знань студентами

Кількісним критерієм оцінки якості засвоєння студентами вивченого матеріалу може служити величина , яка називається **коефіцієнтом засвоєння К $_з$.** К $_з$ – це відношення кількості правильно виконаних студентом операцій П $_о$ до загальної кількості операцій , які необхідно було виконати в контрольному завданні : $К_з = \frac{П_о}{О}$. Як практичну величину коефіцієнта засвоєння , який відділяє задовільні знання , вміння і навички від незадовільних рекомендується прийняти 0,7. В обгрунтованих випадках вона може бути іншою.

Орієнтована шкала оцінок

Відсоток помилок	Коефіцієнт засвоєння	Оцінка в системі		
		чотирибальна	дванадцятибальна	
			бали	рівень компетентності
0 - 10 11 - 15 16 – 20	1,00 – 0,90 0,89 – 0,85 0,84 – 0,80	„5" відмінно	12 11 10	високий (творчий)
21 – 25 26 – 30 31 – 40	0,79 – 0,75 0,74 – 0,70 0,69 – 0,60	„4" добре	9 8 7	достатній (конструктивно-варіантний)
41 – 50 51 – 60 61 – 70	0,59 – 0,50 0,49 – 0,40 0,39 – 0,30	„3" задовільно	6 5 4	середній (репродуктивний)

ТКНУЛП 2017

71 – 80 81 – 90 91 - 100	0,25 – 0,20 0,19 – 0,10 0,09 – 0,00	„2” незадовільно	3 2 1	низький (рецептивно- продуктивний)

Тести. Тестовий контроль

Тест (від англійського test – випробування , іспит) - стандартизоване завдання, за результатами якого роблять висновок про знання, вміння та навички того, кого випробовують.

Типи тестових завдань

На поточний момент використовуються ***декілька типів тестів:***

- Завдання, що передбачають вибір однієї правильної відповіді з групи запропонованих варіантів відповідей ***(тип А1).***
- Завдання, що передбачають вибір кількох правильних відповідей ***(тип А2).***
- Завдання на встановлення відповідності (логічних пар) між елементами двох списків ***(тип В1).***
- Завдання на визначення правильної послідовності дій, подій, об’єктів тощо ***(тип В2).***
- Завдання з короткою відповіддю у вигляді числа, букв, слова тощо ***(тип С1).***
- Завдання з розгорнутою відповіддю в довільній формі, наприклад, розв’язок математичної задачі з обґрунтуванням ***(тип С2).***

1. **Завдання з однією правильною відповіддю** ***(тип А1).*** Завдання такого формату складається з умови (запитання, незакінченого твердження) та чотирьох - п’яти варіантів вибору, один з яких правильний, а решта – **дистрактори**, тобто правдоподібна неправильна відповідь у завданнях вибіркового типу, функція яких – збити з пантелику учасників тестування, які не впевнені у відповіді. В дистракторах моделюються типові помилки, яких припускаються студенти при виконані відповідних завдань.

Завдання з однією правильною відповіддю найпоширеніші в практиці тестування, що пояснюється зручністю їх форми для автоматизації контролю навчальних досягнень. Для студентів вони прийнятні, тому що знайти правильну відповідь серед неправильних легше, ніж самому таку відповідь сформулювати. До того ж, якщо завдання має 4-5 варіантів відповідей, з яких лише одна є правильною, згідно зі статистикою, цю відповідь можна вгадати з імовірністю 25-20%.

Оцінювання. Успішне виконання кожного такого завдання дає учасникові тестування 1 бал, неправильний вибір приносить 0 балів.

Завдання з однією правильною відповіддю вимірюють переважно знання на рівні від розрізнення до розуміння. Їх можна застосовувати як для перевірки знань з теоретичного матеріалу так і найпростіших навичок.

Наприклад. Зміст завдання : **продовжити речення** . Функція називається **зростаючою ,** якщо… Варіанти відповідей : **1)** більшому значенню аргументу відповідає менше значення функції; **2)** більшому значенню аргументу відповідає більше значення функції; **3)** меншому значенню аргументу відповідає більше значення функції; **4)** більшому значенню функції відповідає менше значення аргументу.

2. Завдання з кількома правильними відповідями ***(тип А2).*** За зовнішнім виглядом ці завдання схожі на попередній тип, але передбачають вибір декількох правильних відповідей із запропонованих. У цьому типі тестів кожен варіант відповіді повинен бути або абсолютно правильним, або абсолютно неправильним, для того, щоб уникнути неоднозначності. Завдання з кількома правильними відповідями має умову (запитання або незакінчене твердження) та перелік варіантів вибору. ***Оцінювання.*** За виконання таких завдань дають один бал за кожну правильну відповідь у завданні.

Наприклад. Запитання : яке з наведених тверджень є *хибним* ? Варіанти відповідей : **А)** протилежні сторони паралелограма рівні; **Б)** сума двох кутів паралелограма , прилеглих до однієї сторони , дорівнює 180^0 ; **В)** діагоналі паралелограма точкою перетину діляться пополам ; **Г)** площа паралелограма дорівнює половині добутку його сторони на висоту , проведену до цієї сторони.

3. Завдання на встановлення відповідності (логічні пари) ***(тип В1)*** складається зі спільного вступного запитання та чотирьох завдань, позначених буквами (або цифрами), до кожного з яких потрібно дібрати один варіант відповіді. Як правило, такі завдання мають 4 основи та 5 - 6

варіантів вибору до них, один (два) з яких – дистрактор. ***Оцінювання .*** За виконання цих завдань виставляють від нуля до чотирьох балів: жодної правильної відповіді – 0 балів, одна правильна відповідь – 1 бал, дві – 2 бали, три – 3 бали, усі чотири – 4 бали.

Завдання на встановлення відповідності різняться за складністю: одні перевіряють тільки знання фактів, формул, правил, інші – розуміння зв'язків між ними. В процесі їх виконання формуються навички порівняння об'єктів, співставлення, представлення об'єктів в різною формі. Вони більш цікаві для студентів видами діяльності, для викладача – наповненістю змістом. Щоб підготуватись до виконання завдань на встановлення відповідності, слід розвивати так звані асоціативні знання .

Наприклад. Завдання : встановити відповідність між рівняннями (1 - 4) та їх коренями (А – Д).

1) $\log_3 (- x) = 4$;	**А)** – 1 / 64
2) $\log_4 x = - 3$;	**Б)** 1 / 64
3) $\log_3 x = - 4$;	**В)** - 64
4) $\log_4 (- x) = 3$;	**Г)** 1 / 81
	Д) - 81

4. Завдання на визначення правильної послідовності дій, подій, об'єктів тощо *(тип В2).*

Завдання на встановлення правильної послідовності складається зі вступного запитання та чотирьох подій, позначених буквами. У завданні потрібно розташувати події у правильній послідовності, де перша подія відповідає цифрі «1», друга - «2» тощо. ***Оцінювання.*** За виконання такого завдання можна одержати від 0 до 3 балів (жодної правильної відповіді – 0 балів, одна правильна відповідь – 1 бал, дві – 2 бали, три-чотири – 3 бали).

Цей тип можна скласти в математиці для відпрацювання алгоритму виконання дій.

Наприклад. Завдання : Скласти алгоритм знаходження проміжків монотонності функції . Встановити правильну послідовність дій: **А)** знайти критичні точки функції; **Б)** знайти знак похідної на кожному інтервалі , якщо $f'(x) > 0$, то функція зростає , якщо $f'(x) < 0$, то функція спадає; **В)** знайти похідну функції; **Г)** критичними точками розбити ОВФ на інтервали , на кожному з яких похідна зберігає свій знак.

5. Завдання з короткою відповіддю у вигляді числа, букв, слова тощо *(тип С1).*

Завдання формулюються так, щоб вони мали єдину числову конкретну відповідь, яка записується в бланк десятковими дробами з позначеним місцем для коми. ***Оцінювання*** на питання цього типу зводяться до посимвольного порівняння рядка відповіді учасника тестування з рядком правильної відповіді. Такий підхід дозволяє автоматизувати оцінювання відповідей тільки для найпростіших випадків виду: знакове дійсне число з заданою кількість знаків після коми.

Наприклад. Умова завдання : розв'язати рівняння , відповідь записати десятковим дробом .

Розв'язати рівняння $3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$. У відповідь записати кількість коренів на проміжку $[0 ; \pi]$.

6. Завдання з розгорнутою відповіддю в довільній формі, наприклад, розв'язок математичної задачі з обґрунтуванням*(тип С2).*

Розв'язання математичних задач повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо є потреба, до розв'язання необхідно зробити рисунок. ***Оцінювання.*** При оцінюванні слід визначити основні складові для отримання балів: правильна відповідь при наявності записів і обґрунтовані дії; правильна відповідь при наявності записів, що містять помилки або недостатньо обґрунтовані дії; неправильна відповідь, але запис свідчіть про правильний хід думок; частковий розв'язок або часткову відповідь; та інші випадки. ***Наприклад.*** Обчисліть площу фігури , обмеженої параболою $y = x^2 - 4x + 5$ та прямою $y = 5 - x$.

Схема оцінювання

1. Якщо студент правильно зобразив фігуру , площу якої треба знайти і правильно знайшов абсциси точок перетину даних ліній , то він отримує 1 бал .
2. Якщо студент правильно записав інтеграл , значення якого дорівнює шуканій площі , то він отримує 1 бал.

ТК НУ ЛП 2017

3. Якщо студент правильно знайшов первісну підінтегральної функції , то він отримує 1 бал .

4. Якщо студент правильно підставив межі інтегрування і правильно обчислив приріст первісної , то він отримує ще 1 бал .

Зауваження. Студент може записати вираз для обчислення площі у виді різниці інтегралів .

Висновок

Переваги та недоліки тестів

Форма тестового контролю ефективна і має цілу низку **переваг:**

- охоплює контролем великий обсяг матеріалу;зменшує, порівняно з традиційним опитуванням, затрати часу на 50 %;
- швидка перевірка;оцінювання великої кількості студентів одночасно;
- дає можливість для впровадження модульного навчання та системи рейтингового контролю;
- передбачає об'єктивність оцінювання знань і як наслідок, підвищує позитивне стимулювання пізнавальної діяльності студентів;
- універсальність, можливість відобразити всі стадії процесу навчання;є стимулюючим чинником, оскільки студенти вивчатимуть саме те, що оцінюється;контролює не тільки велику кількість теоретичних питань, але й практичні навички;дає можливість розробляти всеосяжний план оцінки знань студентів.

До переваг також можна віднести просту структуру тестового завдання, доступність сприйняття, що сприяють отриманню оптимального результату.

Недоліком тестових завдань в закритій формі вважається можливість дізнатися відповідь, не знаючи її. Якщо результатом своєї роботи студент представляє лише номер відповіді або саму відповідь, то не завжди можна побачити характер помилки, так як діяльність студента при виконанні цієї вправи може бути лише ймовірною. Гарантії наявності знань у студентів немає. До недоліків слід також віднести можливість вгадування відповіді, поставивши її навмання. Тест не може оцінити і такі показники, як вміння конкретизувати свою відповідь прикладами та фактами, вміння логічно висловлювати свої думки, деякі інші характеристики знань, умінь та навичок діагностувати тестуванням неможливо. Це означає, що поряд з тестовою перевіркою не слід уникати і традиційної перевірки знань. Правильно діють ті педагоги, які, використовуючи письмові тести, дають можливість усно обґрунтувати учням свої відповіді. Крім того, якісний тест скласти не так вже і легко.

Тестування багатофункціональне. Воно дозволяє швидше зрозуміти, як далі працювати з студентами, а також допомагає викладачу скорегувати своє заняття. З цього огляду, можна зробити певні висновки про властивості та місце застосування різних типів тестових завдань:

- ✓ тести для первинного закріплення, узагальнення та вторинного закріплення, контролю повинні складатися з завдань різних типів;
- ✓ базові типи завдань для первинного закріплення: вибір з множини (форма з однією правильною відповіддю), послідовності та вкладені відповіді;
- ✓ базові типи завдань для узагальнення та вторинного закріплення: вибір з множини (форма з кількома правильними відповідями), відповідності, розрахунок за формулою;
- ✓ базові типи завдань для контролю: вибір з множини (форма з кількома правильними відповідями), коротка відповідь, числова відповідь, розрахунок за формулою.

Комп'ютерне тестування

Тестування на паперових носіях має ряд суттєвих недоліків . **Комп'ютерне тестування** має суттєві переваги над паперовим.

Як інструмент оперативного керування, комп'ютерне тестування розширює можливості контролю та оцінювання рівня навчальних досягнень і є альтернативою традиційним методам оцінювання рівня компетентності студентів.

Тестовий комп'ютерний контроль знань може бути використаний під час поточного, тематичного або підсумкового контролю. Він здійснюється у формі самостійного діалогу студента з комп'ютером у присутності викладача, або без нього, з можливістю запам'ятовування результатів тестування. Тестування можна проводити на різних етапах

ТНТУ ІТІ 2017

навчання: під час повторення, на етапі актуалізації опорних знань, для перевірки домашнього завдання, під час вивчення нового матеріалу, для закріплення вивченого, у вигляді заліків.

Контрольно-діагностичні системи **Test-W** та **Test-W2** були одними з наймасовішими, найпростішими у використанні і найзручнішими програмами для проведення комп'ютерного тестування з будь-яких дисциплін на базі сучасних комп'ютерних комплексів. Але ця оболонка працює
лише з тестовими завданнями закритої форми (з вибором однієї правильної відповіді та з вибором декількох правильних відповідей), крім того не дає змоги вводити у текст запитання чи у відповіді формули, графічні зображення, рисунки.

За останні роки доводилося використовувати різні програмні середовища для складання тестів та проведення тестування. Найбільш пристосованою до сучасних вимог є програма MyTestX.

MyTestX – це система програм (програма тестування студентів, редактор тестів та журнал результатів) для створення та проведення комп'ютерного тестування, збору та аналізу результатів, виставлення оцінок за вказаною в тесті шкалою (вказувати шкалу може сам викладач).

У тесті можна використовувати будь-яку кількість будь-яких типів завдань. У завданнях з вибором відповіді (одиночний, множинний вибір, вказівка порядку, вказівка істинності) можна використовувати до 10 (включно) варіантів відповіді.

Програма складається з трьох модулів:

- Модуль тестування **(MyTestStudent);**
- Редактор тестів **(MyTestEditor);**
- Журнал тестування **(MyTestServer).**

Програма легка і зручна у використанні. Для створення тестів є дуже зручний редактор тестів та прекрасний інтерфейс. (Більш детальну інформацію про програму, та останню версію програми можна знайти за адресою **http://mytest.klyaksa.net** – розділ інформаційно-освітнього порталу **Клякс@.net**, присвячений цій програмі. **Програма MyTestX поширюється безкоштовно.** Будь-який викладач, що володіє комп'ютером навіть на початковому рівні, може легко скласти свої тести в середовищі програми MyTestX і використовувати їх на заняттях. Текст питання і варіантів може містити форматований текст, малюнки і формули. До кожного завдання можна прикріпити малюнок, який буде показаний в окремому вікні (зручно для великих малюнків). Причому, при використанні одного і того ж малюнка в різних завданнях, не збільшується розмір файлу з тестом. Так само до завдання можна прикріпити звуковий файл у форматі mp3 або wav. Для кожного завдання в тесті можна індивідуально поставити складність. До кожного завдання може бути прикріплено вступ – текст, який буде показаний спочатку показу завдання, підказка і пояснення вірної відповіді.

За наявності комп'ютерної мережі можна організувати централізований збір і обробку результатів тестування, використовуючи модуль журналу тестування MyTestServer. Результати виконання завдань виводяться студентові і відправляються викладачеві.

Програма підтримує декілька режимів**: навчальний, штрафний і вільний.** У **навчальному** режимі студенту, що тестується, виводяться повідомлення про його помилки, і може бути показане пояснення до завдання. У **штрафному** режимі за невірні відповіді віднімаються бали, і можна пропустити завдання (бали не додаються і не віднімаються). У **вільному** режимі можна відповідати на питання в будь-якій послідовності, переходити (повертатися) до будь-якого питання самостійно. При правильному підборі контрольного матеріалу зміст тесту може бути використаний не тільки для контролю, а й для навчання.

Комп'ютерне тестування розвиває у студентів уважність, спостережливість, збуджує інтерес до математики, тренує пам'ять, підвищує їхню логічну культуру, а основне – закріплює теоретичні знання, привчає студентів до систематичної підготовки до занять математики.

«ХМАРНЕ» ОСВІТНЄ СЕРЕДОВИЩЕ НАВЧАЛЬНОГО ЗАКЛАДУ

І.Т. Неволіна, *Стрийський коледж ЛНАУ*

Метою даного проекту є розробка та впровадження «хмарного» освітнього середовища навчального закладу та подальше його накопичення освітнім контентом.

План.

1. Актуальність проблеми. 2. Завдання. 3. Етапи реалізації.
4. Очікувані результати. Соціально-економічний ефект.

Програма інформатизації та комп'ютеризації навчального процесу передбачає оснащення навчального закладу сучасним комп'ютерним обладнанням і програмним забезпеченням. Обчислювальні характеристики сучасного програмного забезпечення змінюються і вдосконалюються практично щоденно. Проте сьогодні навчальний заклад не в змозі оновлювати свою технічну базу у співвідношенні з обчислювальними можливостями сучасних комп'ютерів і забезпечити навчальний процес останніми новинками комп'ютерної техніки. Аналогічна ситуація з програмним забезпеченням, яке вимагає чималих матеріальних затрат для підтримки відповідного інформаційного сервісу.

Інформатизація освіти в даний час є необхідною умовою поступального розвитку суспільства. На це націлює Указ Президента України «Про першочергові завдання щодо впровадження новітніх інформаційних технологій» №1497/2005; Державна програма «Інформаційні та комунікаційні технології в освіті і науці на 2006-2010 роки»; рішення колегії МОН України від 21.03.2008 р.; лист МОН молоді та спорту №1/9-493 від 24 червня 2011 року «Щодо організації навчання вчителів з використанням інформаційно-комунікаційних технологій»; положення про дистанційне навчання (наказ №466 від 25.04.2013).

Актуальність проблеми. Наприкінці 2010 року Міжнародний консорціум New Media Consorcium (NMC) (http://www.nmc.org/publications/horizon-report-2010-higher-ed-edition) оприлюднив звіт, присвячений комп'ютерним технологіям, які будуть визначати обличчя освіти в найближчому майбутньому. На думку NMC, таких технологій шість:

1. Мобільні технології (Mobile Computing);
2. Відкритий контент (Open content);
3. Електронні книги (Electronic Books);
4. Доповнена реальність (Augmented reality);
5. Сенсорні інтерфейси (Gesture based computing);
6. Візуалізація даних (Visual data analysis)

У наукових дослідженнях серед напрямів розвитку інформаційно-комунікаційних технологій (надалі ІКТ) «хмарні» технології є одними з найбільш привабливих для освітян. Особливо це стосується самостійної роботи учнів у процесі дистанційного навчання та колективних навчальних досліджень, де першочергового значення набуває можливість постійного контакту студентів між собою, студентів з викладачем задля забезпечення моніторингу якості роботи суб'єктів навчання з метою своєчасного коригування їх діяльності.

Провідна світова дослідницька і консалтингова компанія у сфері ІКТ Gartner оприлюднила цикл надочікувань новітніх технологій, які представлені на рис.1

ІКТ-2017

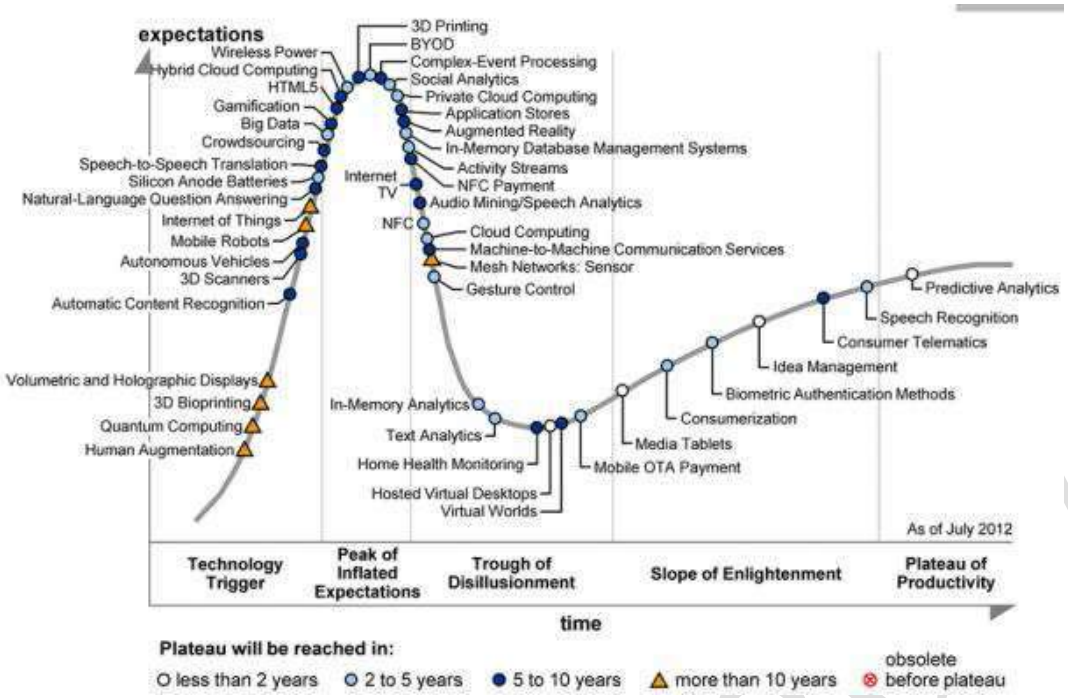


Рис. 1 Цикл надочікувань для новітніх технологій (станом на липень 2015 року)

Аналізуючи статистичні дані можна зробити висновок, що піком у використанні новітніх технологій є «хмарні» обчислення та «хмарні» сервіси. Використовуючи «хмарні» технології в освіті можна буде подолати існуючі бар'єри: географічні, технологічні, соціальні та підняти навчання на новий якісний рівень. Непотрібними стають дорогі гаджети, складне програмне забезпечення і спеціальні навички роботи з ним.

Майбутнє навчального закладу - вихід на новий рівень навчання. Досліджуючи «хмарні» технології ми побачили, що більшість наших студентів використовують їх. В основному це соціальні мережі, миттєвий обмін повідомленнями та відеозв'язок, але навіть ці сервіси вони не використовують для навчання. Тому виникає проблема: «Як використати «хмарні» технології у навчанні? Як із виру «хмарних» сервісів вибрати ті, що забезпечать відкритість освіти, швидкість отримання інформації за умови відсутності інвестицій?».

Завдання. Виходячи з вище наведеної проблеми, постали такі завдання:

1. Створити модель «хмарного» освітнього простору в закладі.
2. Впровадити розроблену модель інформаційного простору у навчально-виховний процес.

Етапи реалізації. В основу розробки та реалізації «хмарного» освітнього простору навчального закладу покладено чотири етапи:

1. Розробка моделі «хмарного» освітнього простору навчального закладу.
2. Оснащення навчального закладу бездротовим підключенням Internet до мережі Wi-Fi.
3. Створення структури та каркасу «хмарного» простору навчального закладу за рахунок «хмарних» платформ.
4. Впровадження освітнього простору в навчально-виховний процес.Накопичення освітнім контентом простору за рахунок безкоштовних «хмарних» Apps додатків.

Етап І. Розробка моделі «хмарного» освітнього інформаційного простору.

Модель інформаційного простору закладу дозволяє спроектувати цільову парадигму евристичної освіти учня: розширення його внутрішнього світу до зовнішнього, що супроводжується продуктивною діяльністю.

Під освітнім інформаційним середовищем ми розуміємо природне або штучно створюване соціокультурне оточення учня, що включає різні види засобів і змісту освіти, способи забезпечення продуктивної діяльності учня.

На даний момент існує понад 200 різних соціальних сервісів, і перед педагогом постає проблема у виборі та ефективності їх використання, залишаючись в рамках вищенаведених за NMC. Для подолання цієї проблеми необхідно створити модель середовища, яка б задовольняла вимогам адекватності, універсальності, доцільної економічності.

На нашу думку, така модель буде мати вигляд сфери, поверхня якої містить сервіси Web 2.0 та «хмарні» (cloud computing, надалі CC) (рис. 2). Така сфера описана навколо повнозв'язного графу, вершини якого будуть відповідати трьом ланкам: педагогу, студенту, батькам (рис. 3).



Рис. 2 Модель освітнього підпростору – поверхня сервісів

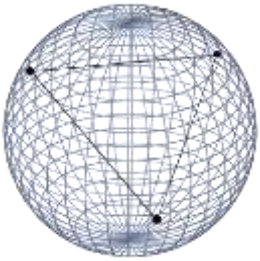


Рис. 3. Модель освітнього підпростору. Граф: педагог – учень – батьки.

Властивостями повнозв'язного графа «педагог – студент – батьки» є те, що кожна вершина пов'язана з усіма іншими, і може бути точкою дотику кількох таких сфер. Кожна така сфера утворює освітній підпростір (портал), який міститься в порталі класу, який в свою чергу включається в портал навчального закладу і т.д. (рис. 4):

$$\{A\} \subset \{B\} \subset \{C\} \subset \{D\} \subset ... \subset \{E\}$$

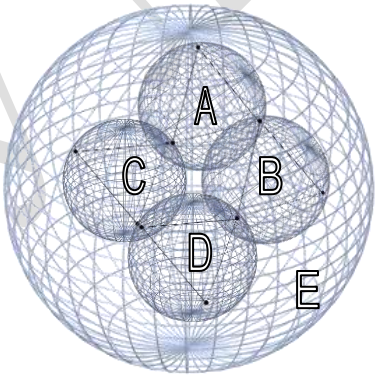


Рис. 4. Модель об'єднання освітніх підпросторів в єдиний

Набір сервісів повинен складатися з чотирьох компонентів (електронне навчання, керування дослідженнями, ефективність навчальних закладів, операційна ефективність) і лежати на перетині двох технологій, показаному на діаграмі Ейлера-Венна (рис.5), і вирішуватиме проблеми сучасної освіти, до яких слід віднести:

1. Покращення результатів навчання;
2. Підвищення продуктивності
3. Ефективна конкуренція



Рис. 5. Діаграма перетину компонентів сервісів

ТКНУТІ 2017

Етап ІІ. Оснащення навчального закладу бездротовим підключенням Internet до мережі Wi-Fi.

Оснащення навчального закладу бездротовим підключенням Internet до мережі Wi-Fi буде здійснюватися за рахунок Wi-Fi точок доступу та ретрансляторів по поверхам будівлі навчального закладу. Підсилювач бездротового сигналу ретрянслятора призначений для створення вдосконаленої бездротової мережі з більшою площею покриття і являє собою альтернативу провідної мережі з великою кількістю кабелів. За замовчуванням пристрій працює в режимі посилення сигналу і виступає в ролі ретрансляційної станції, яка вловлює радіосигнал від базового маршрутизатора мережі або точки доступу і передає його на раніше недоступні ділянки або в місця, де важко прокласти кабель. Також пристрій володіє функцією Auto-repeater, яка дозволяє миттєво підключатися до незахищених мереж одним натисканням кнопки. Доступ до освітнього середовища здійснюватиметься за рахунок підключення до мережі Wi-Fi планшетів розміщених у навчальних кабінетах.

Етап ІІІ. Створення структури та каркасу «хмарного» простору навчального закладу за рахунок «хмарних» платформ.

В якості моделюючого середовища є можливість обрати за основу «хмару» Google, а саме платформу Google Sites та Blogger, яка б забезпечувала рівний доступ до інформації, спільне редагування та накопичення контенту. Blogger — веб-сервіс для ведення блогів, за допомогою якого будь-який користувач матиме змогу створити власний блог, не звертаючись до мов програмування та не перейматись про встановлення й налаштування програмного забезпечення. Таким чином достатньо одноразово обрати будь-якого педагогічного працівника для створення каркасу освітнього простору, блок-схема якого представлена нижче:

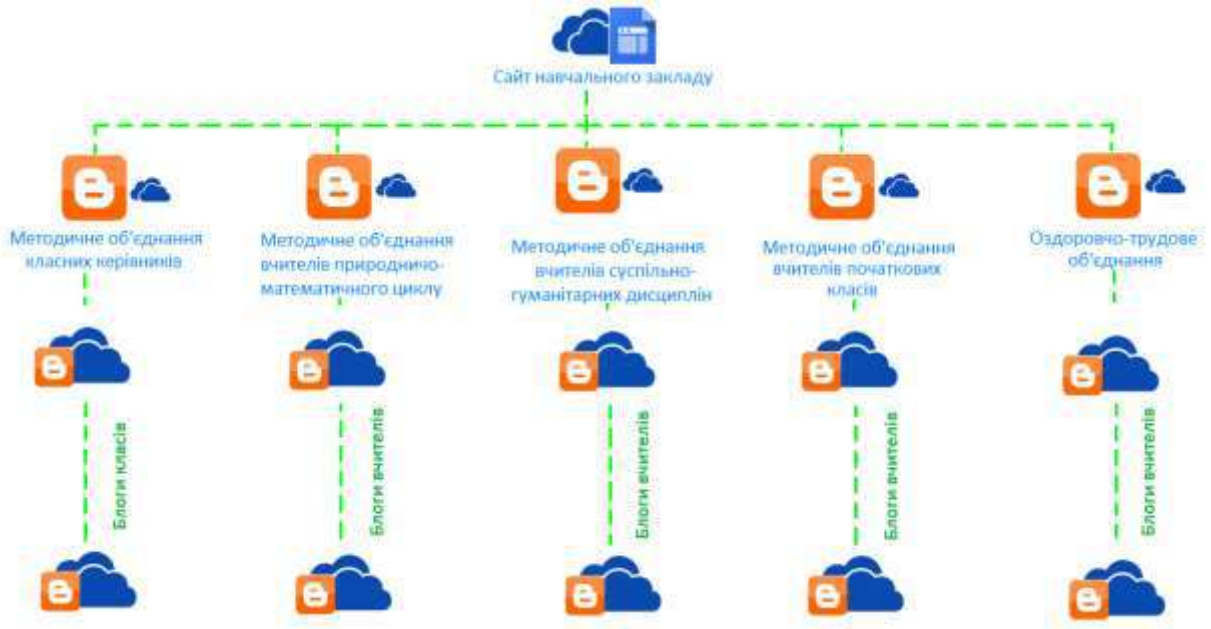


Схема . Ієрархічна структура інформаційного простору навчального закладу.

Надалі адміністрування такого простору не потребує подальшого втручання розробника з декількох причин. По-перше «хмара» Google забезпечує антивірусне програмне забезпечення, протизаконне хакерське втручання, антиспам, модерацію контенту та інше. По-друге, оскільки у структурі простору кожен підпростір – це окрема «хмара», адміністрування буде здійснюватися безпосередньо автором блогу. По-третє Blogger пропонує можливість вести блог колективно декількома авторами. Тобто, автором блогу й надалі його модераторм може бути викладач предметник або куратор, який надає право спільного доступу решті учасникам навчально-виховного процесу.

Етап ІV. Впровадження освітнього простору в навчально-виховний процес.

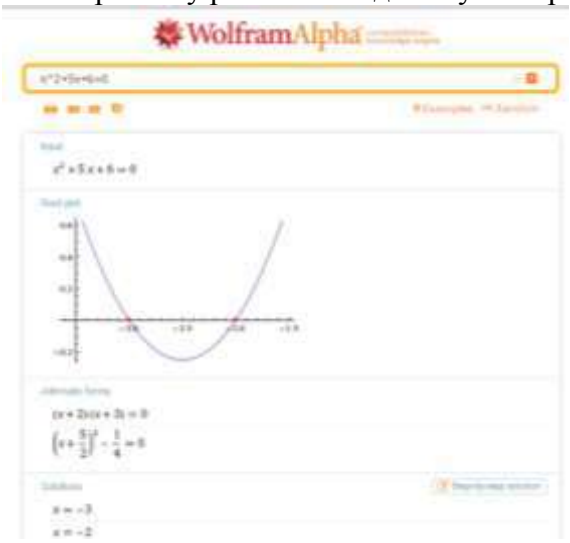
Впровадження «хмарного» освітнього середовища у навчально-виховний процес здійснюється засобами Paas та Saas моделями «хмар». Paas «хмара» - це платформа, в якості якої є розроблене у Google Sites та Blogger освітнє середовище. Така платформа дає змогу синхронізувати

мобільні пристрої під різними операційними системами. Тепер не потрібно мати у кабінеті персональний комп'ютер із дорогоцінною операційною системою та комплексом мультимедійного обладнання, а достатньо використати планшет вчителя для унаочнення навчального матеріалу та передачі його на інші мобільні пристрої. Це є альтернативою інтерактивній дошці. Таким чином виключається використання дорогоцінного приладдя: проекторів, інтерактивних дошок тощо. Модель Saas передбачає використання безкоштовних «хмарних» Apps додатків та формування «хмарного» портфелю із програмним забезпеченням. Пошук програмного забезпечення здійснюється безпосередньо викладачем предметником. До того ж такі моделі «хмар» налічують різні шари, до яких слід віднести: соціальні мережі, «хмарні» сховища, «хмарні» обчислення.

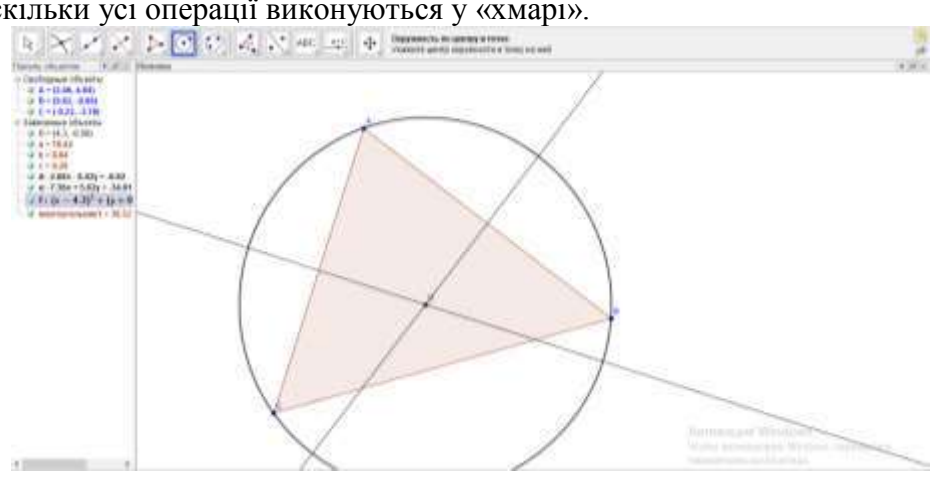
Так, наприклад, серед різноманіття «хмарних» сховищ є ті, що налічують офісне програмне забезпечення. Такі «хмари» дозволяють викладачу використовувати офісні програми для написання планів-конспектів, роздаткового навчального матеріалу. До переваг таких хмар слід віднести: новітні безкоштовні офісні програми; можливість синхронізації сховищ мобільного пристрою та персонального комп'ютера; кросопераційність; спільний доступ до інформації.

Слід зазначити, що «хмарне» сховище забезпечує спільну роботу із навчальною документацією та документообіг, що значно підвищує ефективність роботи адміністративного корпусу; проведення дистанційних нарад та методичних об'єднань.

«Хмарні» обчислення відкривають перед викладачем нові горизонти в галузі інфографіки (графічного представлення інформації), доповненої реальності тощо. Дозволяють оптимізувати витрати часу при підготовці до заняття. Так, наприклад, викладачу математики достатньо витратити лічені секунди для розв'язання того чи іншого завдання за допомогою «хмари» Wolframalpha. Викладачу достатньо увести аналітичний вираз завдання й «хмара» одразу надасть розв'язок, який можна зберігати у раніше наведеному «хмарному» сховищі



Такі «хмари» дозволяють використовувати безкоштовне ліцензійне програмне забезпечення викладаня предмету. До того ж воно не потребує надпотужного процесора та відеокарти, оскільки усі операції виконуються у «хмарі».



Завдання викладача на сучасному етапі полягає не тільки в тому, щоб озброїти студентів знаннями з предметів, навчити їх розв'язувати певні типи завдань і виконувати їх за наведеним алгоритмом, а й у тому, щоб розвивати їх творчі здібності, увагу, сприйняття, пам'ять, мову, мислення, уяву. Весь навчальний матеріал в житті знадобиться не кожному, а розвинена мова, логічне мислення і пам'ять потрібні завжди. Використовуючи вищезгадані «хмарні» сервіси є можливість проводити дослідницькі заняття. До таких занять можна віднести бінарні заняття з математики та економіки з елементами вебінару (Додаток).

Підводячи підсумок хочеться зазначити, що пошук «хмарних» сервісів здійснюється безпосередньо викладачами предметниками.

Виконавці. До виконавців проекту слід віднести викладача розробника структури та каркасу «хмарного» освітнього середовища, викладача інформатики та лаборанта з інформаційних технологій для оснащення безпровідного доступу до мережі Internet, викладачів закладу.

Очікувані результати. Досліджуючи зростання «хмарних» технологій в освіті, ми зрозуміли, що вони дозволять подолати існуючі бар'єри: географічні, технологічні, соціальні та підняти навчання на новий якісний рівень. Однак, використання таких сервісів не несе ніякого освітнього змісту, оскільки не існує єдиного інформаційного простору навчального закладу, де б можна було реалізувати їх в навчальних цілях, спрямувати на підвищення якості. Після створення в навчальному закладі освітнього інформаційного середовища, яке включає в собі наявність блогів методичних об'єднань вчителів, блогів класів на основі «хмарних» технологій та «хмарні» сервіси навчання передбачається перехід на новий рівень освіти. Вони надають можливість у закладі якісно розв'язати проблему інформатизації освітнього процесу, залучення студентів та викладачів до передового напрямку розвитку технологій. Використовуючи «хмарні» технології студенти та викладачі зможуть більш активно взаємодіяти та спілкуватися. Комунікація, колаборація і кооперація формуватимуться у педагогів та студентів не тоді, коли хтось поставить таке завдання, але коли для цього є вдалі технології.

Такі технологій визначають основні переваги сучасної освіти:

- економія засобів на придбання програмного забезпечення;
- зниження потреби в спеціалізованих приміщеннях;
- виконання багатьох видів навчальної роботи, контролю і оцінки online;
- економія дискового простору;
- антивірусна, антихакерська безпека, відкритість освітнього середовища для викладачів і для студентів.

Соціально-економічний ефект. Впровадження такого проекту у діяльність навчального закладу по-перше:

- зменшить фінансові витрати на сучасне програмне забезпечення;
- виключить проблему із ліцензійним програмним забезпеченням;
- надасть змогу оновлювати свою технічну базу у співвідношенні з обчислювальними можливостями сучасних комп'ютерів

По-друге:

- забезпечить інтерактивність навчально-виховного процесу;
- забезпечить підвищення двостороннього зв'язку між батьками та навчальним закладом
- вирішуватиме проблему захисту учнів від негативних впливів у соціальних мережах та їх залежності.

ПРОБЛЕМИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СТЕРЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ: ПОЯСНЕННЯ ДО ЇХ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ.

Б.Д. Борис, *Самбірський державний педагогічний коледж ім. І. Филипчака*

У процесі розв'язування задач студентам доводиться виконувати ілюстративний рисунок, пояснювати хід розв'язування, обґрунтовувати певні математичні твердження і висновки, робити посилання на вивчені теореми, аксіоми, означення тощо, записувати відповідь. Головне, щоб у

всьому була чіткість, лаконічність, щоб записи достатньо повно відображали математичну підготовку випускника. Найперша вимога — щоб за записами можна було зрозуміти хід розв'язування. Основні особливості геометричної задачі

1) Геометрична задача має неабияке значення в курсі геометрії:

• розв'язування геометричної задачі дає змогу студентам ґрунтовніше опанувати теоретичний курс геометрії і глибше пов'язати теорію з практикою;

• розв'язування геометричної задачі формує в студентів уміння відшуковувати й усвідомлювати різноманітного типу функціональний зв'язок між величинами, причому самі ці вели-І чини в геометричних задачах подаються в більш наочному вигляді, ніж у задачах алгебраїчних;

під час відшукання й застосування цієї функціональної залежності студенти повинні робити правильні висновки і чітко формулювати їх; отже, геометрична задача розвиває в студентів і логічне мислення;

розв'язування геометричної задачі розвиває студентів просторові уявлення і конструктивні здібності значно більшою мірою, ніж це допускає тільки теоретичний курс геометрії.

2) Геометрична задача має багато спільних рис із алгебраїчними задачами, бо й вони вимагають відшукання функціонального зв'язку між величинами, вимагають логічного обміркування і застосування теоретичних тверджень до практичних питань.

Разом з тим розв'язування геометричної задачі має й специфічні особливості, характерні лише для геометричних задач:

• в задачах алгебраїчних студенти відшукують залежність між відомими і невідомими величинами безпосередньо в самому тексті задачі, і тільки іноді виникає в студентів потреба брати відповідну залежність з певного досить обмеженого запасу формул поза умовою задачі;

• під час розв'язування геометричних задач студенти повинні добирати потрібну їм функціональну залежність з великої кількості теорем, які подаються поза текстом умови задачі.

Другу особливість геометричної задачі становить рисунок, який у геометричній задачі відіграє надзвичайно важливу роль, конкретизуючи величини, дані в умові задачі, і допомагаючи студентам дібрати потрібну для розв'язування задачі теорему.

Розв'язуючи задачі, студент повинен:

• правильно, усвідомити просторову форму та виконати рисунок;

• вибрати потрібну теорему або формулу;

• провести різноманітні арифметичні та алгебраїчні перетворення.

У процесі вивчення курсу стереометрії просторові об'єкти доводиться зображувати на площині, тобто виконувати рисунки просторових фігур. Проте досі в практиці немає єдиного загальноприйнятого підходу в трактуванні цього питання. Більш того, багато викладачів приділяють цьому питанню мало уваги, вважаючи його другорядним. Немає єдиної думки і в питанні про те, що слід розуміти під рисунком просторової фігури, придатним з методичного погляду. Немає загальноприйнятих способів побудови цих рисунків.

Кожному викладачу відомо, яке велике значення під час викладання стереометрії мають рисунки просторових фігур. За допомогою таких рисунків в студентів створюється правильне просторове уявлення про вивчені геометричні форми. Наочний рисунок дає можливість студентам правильно розв'язати задачу, зробити певні висновки щодо властивостей тих чи інших просторових об'єктів. У процесі вивчення стереометрії рисунок є одним із засобів засвоєння нового матеріалу, розвинення просторової уяви студентів, і через це дуже важливо навчити їх вільно і свідомо виконувати рисунки геометричних форм, ознайомити їх з ефективними способами виконання таких рисунків.

Звичайно, рисунки в курсі стереометрії не можуть бути самоціллю — вони є тільки допоміжними засобами як на уроці, так і в процесі виконання учнями самостійних письмових робіт.

Під час зображення просторових фігур важливо, щоб зберігалися властивості паралельного проектування.

Деяка частина стереометричних задач може виконуватись без рисунка. В окремих випадках можна зображати не всю просторову фігуру, а її осьовий переріз або одну з кількох секцій, або лінію перетину фігур.

1 Розміри рисунка повинні бути від 1/4 до 1/3 до - довжини аркуша зошита: 1/4 довжини аркуша — у випадку, якщо рисунок до задачі з планіметрії, 1/3 - довжини аркуша - коли рисунок виконується до задач зі стереометрії.

У більшості простих задач рисунок можна виконувати від руки, але додержуючись правил паралельного проектування.

Слід зазначити, що рисунок не обов'язковий атрибут кожної задачі, оскільки є чимало задач, під час розв'язування яких можна обійтися без нього. Це, як правило, задачі на 1-2 логічних кроки чи на безпосереднє використання формул.

Рельєфність рисунка досягається додержанням певних правил проведення різних ліній рисунка.

Для більшої наочності рисунків умовимось поверхню многогранника ділити на частини, які бачимо та які не бачимо. Розглянемо контур зображення многогранника. Ребра многогранника, що утворюють контур зображення многогранника, ділять його поверхню на дві частини. Одну з них вважатимемо видною, другу — невидною. Ребра видної частини поверхні многогранника (видні ребра) на рисунку зображуються суцільними лініями. Так само суцільними лініями рисуються контурні відрізки зображення. Ребра невидної частини поверхні многогранника (невидні ребра) зображуються пунктирними лініями.

Щоб зображення створювали в студентів звичні зорові уявлення циліндра і конуса, доцільно розглянути такий випадок проектування циліндра і конуса, коли проективна площина, проведена через його вісь, є перпендикулярною до площини зображення.

ТК НУ ЛП

Паралельною проекцією кулі в загальному випадку є частина площини, обмежена деяким еліпсом — обрисом кулі. При цьому в окремому випадку ортогонального проектування обрисом кулі є коло.

Для зображення кулі найкраще користуватись ортогональним проектуванням. Це забезпечує необхідну наочність зображення. На рисунку куля зображується своїм обрисом — колом. Обрис кулі можна розглядати як зображення перерізу кулі площиною, проведеного через її центр паралельно площині зображення. Радіус обрису кулі дорівнює радіусу кулі, а зображенням центра кулі є центр її обрису.

Під час розв'язування задач на вписану й описану кулі головне — пояснити, де знаходиться її центр. Важливу роль у поясненні відіграє очевидний факт, який випливає з означень: центр кулі, вписаної в многогранник, рівновіддалений від усіх граней, тобто є точкою перетину півплощин, проведених через ребра двогранного кута, утвореного двома суміжними гранями, які ділять цей кут навпіл; центр кулі, описаної навколо многогранника, рівновіддалений від усіх його вершин, тобто є точкою перетину площин, проведених через середини ребер, перпендикулярно до них.

Крім цих випадків, можливі й інші комбінації геометричних фігур (призма і піраміда, півкуля і циліндр тощо). Як правило, взаємне розміщення геометричних тіл у таких комбінаціях задається умовою задачі.

ПОМИЛКИ, ЩО ДОПУСКАЮТЬ СТУДЕНТИ ПІД ЧАС РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СТЕРЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ

І.Типи помилок

1 Фактична: між нашими думками і справжнім станом речей порушено певну відповідність; помилка виникла внаслідок неправильного розуміння співвідношень між предметами та явищами дійсності. Наприклад:

1) твердження «Об'єм призми дорівнює добутку площі основи на бічне ребро» хибне, оскільки для похилої призми не виконується;

2) графічні помилки, допущені в процесі виконання рисунків. Наприклад, розв'язуючи задачу «В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з гіпотенузою *c*. Кожне бічне ребро утворює з площиною основи кут a. Знайдіть висоту піраміди», студент на рисунку зображає основу висоти всередині прямокутного трикутника, а не апофему бічної грані; що містить гіпотенузу; кутом між бічним ребром і площиною основи похилого паралелепіпеда вважають кут, утворений бічним ребром і стороною основи; кутом, утвореним діагоналлю прямокутного паралелепіпеда з його бічною гранню, вважають кут між діагоналлю і бічним ребром; лінійним кутом двогранного кута, утвореного бічною гранню і площиною основи правильної чотирикутної піраміди, беруть кут між бічним ребром і *стороною* основи або кут між бічним ребром і діагоналлю основи; лінійним кутом двогранного кута, утвореного сусідніми бічними гранями трикутної піраміди, вважають кут, утворений сторонами основи трикутника і т.д.

2. Логічна: помилка, пов'язана з неправильним розумінням зв'язків між самими думками. Наприклад, для обґрунтування побудови учень називає ознаку перпендикулярності прямої і площини замість означення перпендикулярності прямої і площини.

3. Пропуск логічних кроків; результатом може бути правильний висновок або хибний висновок. Кожне математичне твердження потрібно доводити, посилаючись на умову задачі, відому теорему, аксіому чи означення, виконану побудову.

4. Мовні помилки:

- пропуск слів у реченнях: «Рівні похилі мають рівні проекції» замість «Рівні похилі, проведені з одної точки до прямої, мають рівні проекції»; «Кожний кут многокутника дорівнює...» замість «Кожний внутрішній кут многокутника» і т. д.; найбільш поширені — неправильне використання термінів і вживання неграмотних словосполучень. Наприклад: «рішення задачі» замість розв'язання задачі», «апофема бічної грані піраміди» замість «апофема піраміди», «об'єм сфери» замість «об'єм кулі» тощо;
- лексичні помилки: «нам треба довести формулу» замість «вивести формулу» тощо;
- русизми: «слідуючий» замість «наступний», «люба пряма» замість «довільна пряма», «так як»

замість «оскільки» тощо;

недотримання пропорцій у розмірах великих і малих букв, цифр-чисел і цифр-індексів;

неефективне використання символіки, надмірне використання *словесного пояснення;*

- помилкові записи в поясненні. Наприклад:

« $BC \perp OK$ за побудовою, $BC \perp KD$ за побудовою» *(рис. 1)*

Студенти не розуміють, що вважається побудовою. Для них все, що креслять за допомогою лінійки, є побудовою. Правильно:

$BC \perp OK$ за побудовою, а $BC \perp KD$ теоремою про три перпендикуляри;

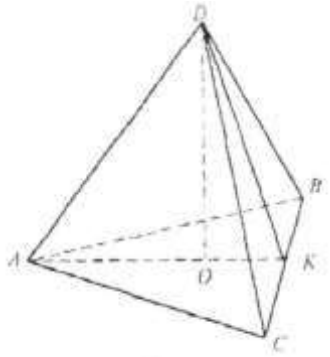


Рис. 1

$BC \perp KD$ за побудовою, а $BC \perp KD$ за оберненою теоремою про три перпендикуляри.

5. Помилки, пов'язані з неглибокими теоретичними знаннями, що призводять до неправильного тлумачення студентами наприклад, таких питань:

- радіус сфери, вписаної в піраміду, вважають таким, що дорівнює одній третій його висоті;
- радіус, проведений у точку дотику сфери, вписаної в піраміду, вважається паралельним основі піраміди;
- кулю, вписану в призму, зображають так, що вона дотикається до її ребер;
- чотири вершини куба, вписаного в конус, розміщують на колі основи конуса та інші.

Або пов'язані з неправильним формулюванням теорем і означень:

- теорема про три перпендикуляри: «Якщо пряма перпендикулярна до проекції похилої, то вона перпендикулярна до самої похилої», тут необхідно додати, що пряма повинна належати тій площині, на яку проектується похила;
- теорема про перпендикулярність прямої до площини: «Якщо пряма перпендикулярна до двох прямих площини, то вона перпендикулярна й до будь-якої третьої прямої цієї площини»; якщо дві прямі будуть паралельними, то теорема в такому формулюванні буде неправильною; або: «Якщо пряма перпендикулярна до деякої прямої на площині, то вона перпендикулярна до самої площини»;
- «Якщо дві площини перпендикулярні до третьої площини, то вони паралельні», що не правильно і т.д.

6. Помилки, пов'язані із заміною загального розв'язку

Одним із можливих випадків. Так, *якщо бічні* грані піраміди однаково нахилені до площини основи, то вершина проектується в центр кола, вписаного в основу, або в центр зовні вписаного в основу кола. Розглянемо для прикладу таку задачу.

Основою піраміди є рівнобедрений трикутник зі сторонами 39 см, 39 см і 30 см. Бічні грані цієї піраміди нахилені до площини її основи під кутом 45°. Знайти об'єм цієї піраміди. *Розв'язання.* Розглянемо три випадки.

1) Вершина піраміди проектується в центр вписаного кола. Саме цей випадок розв'язують студенти й дістають: $V = 1800\ \text{см}^3$

2) Вершина проектується в центр зовні вписаного кола, яке дотикається до сторони *BC* і продовжень двох інших сторін *AB* і *AC* .

2017

Точка O — центр зовні вписаного кола; ON, OK і OM— його радіуси, проведені в точку дотику. Тому $ON \perp AB, OK \perp BC$ і $OM \perp AC$. Точки N, K і M сполучаємо з вершиною S. Тоді $SN \perp AB, SM \perp AC, SK \perp BC$ (теорема про три перпендикуляри),

$\angle SNO = \angle SMO = \angle SKO = 45°. S_{ABC} = 540$ см^2.

Тоді

$$SO = r_{BC} = \frac{S}{p-a} = \frac{540}{54-39} = 36 \text{ (см)} \qquad V = \frac{1}{3} \cdot 540 \cdot 36 = 6480 \text{ см}^3.$$

3) Вершина піраміди проектується в центр зовні вписанного кола *(рис. 3)*, яке дотикається до основи AC і продовжень двох бічних сторін AB і BC.

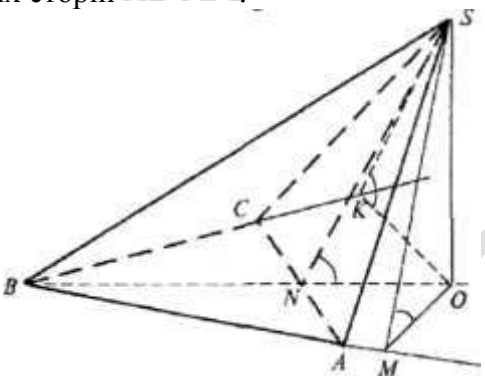


Рис. 3

Розв'язування аналогічне випадку 2):

$$SO = r_{AC} = \frac{S}{p-AC} = \frac{540}{54-30} = \frac{45}{2} \text{ (см)} \qquad V = \frac{1}{3} \cdot 540 \cdot \frac{45}{2} = 4050 \text{ см}^3.$$

СКІНЧЕНІ ПОЛЯ ТА ЇХ ПОБУДОВА

М.Ф. Стасюк, к.ф.-м.н., Р.М. Тацій, д.ф.-м.н.,
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності

Теорія скінчених полів має широке застосування в криптографії. Відомо [1,2], що є багато криптологічних протоколів і криптосистем, що базуються на застосуванні скінчених полів. Сюди відносяться схеми Ель-Гамаля, Advanced Encryption Standard, схема Шнорра, алгоритм Чаума, криптосистема XTR та ряд інших.

Дослідження многочленів над скінченими полями привели до створення коду БЧХ, частинним випадком якого є широко відомий код Ріда-Соломона,що має широке застосування.

В багатьох підручниках з алгебри [3] добре описані скінчені елементарні поля F_p характеристики $p > 0$ ($p-$ просте ціле число), що складаються з p елементів . Такі поля можна інтерпретувати, як поля лишків за модулем p.

Складніше будувати скінчені поля, що складаються з p^n елементів. Конструкція таких полів базується на наступних твердженнях, які є наслідком цілого комплексу теорем алгебраїчної теорії скінчених полів[3,4] .

1. Довільне скінчене поле має характеристику $p > 0$ і складається з p^n елементів.

2. Якщо $f(x)$ – незвідний многочлен $n-$го степеня, коефіцієнти якого належать полю F_p, а $\alpha-$його корінь, то $F_{p^n}=F_p(\alpha)-$ це лінійний простір розмірності n над полем F_p з базою $1,\alpha,\alpha^2,...,\alpha^{n-1}$, тобто

$$F_{p^n}=\left\{a_0+a_1\alpha+a_2\alpha^2+\cdots+a_{n-1}\alpha^{n-1},\quad f(\alpha)=0\right\},\quad a_i\in F_p,\quad i=\overline{0,n-1}. \qquad (1)$$

3. Якщо $K-$ скінчене поле, що складається з p^n елементів, то його мультиплікативна група $K^\times$ – циклічна і породжена деяким елементом ξ, який називається *примітивним елементом* поля K, тобто $K^\times=\left\{1,\xi,\xi^2,...,\xi^{p^n-1}\right\},\quad \xi^{p^n}=1.$

Число l примітивних коренів поля K визначене рівністю

$$l=\varphi\left(p^n-1\right), \qquad (2)$$

де $\varphi(x)-$ функція Ейлера.

На основі цих тверджень побудуємо конкретні скінчені поля, які використовуються в криптології.

Приклади побудови деяких скінчених полів

Приклад 1. *Побудувати поле* $F_9=F_{3^2}$.

Згідно твердження 2 для побудови поля F_9 потрібно знайти незвідний над F_3 многочлен $f(x)$ 2-го степеня. Таким многочленом є, наприклад, многочлен $f(x)=x^2+1$. Нехай $u-$ його корінь. Тоді за формулою (1) маємо

$$F_9=F_3(u)=\left\{a_0+a_1u,\quad a_0,a_1\in F_3,\quad u^2=2\right\}=\{0,1,2,u,2u,1+u,1+2u,2+u,2+2u\}.$$

Можна перевірити, що одним із примітивних елементів поля є $\xi=1+u$. Дійсно

$$\xi^0=1,\quad \xi^1=1+u,\quad \xi^2=1+2u+u^2=2u,$$

$$\xi^3=2u(1+u)=2u+2u^2=2u+1,\quad \xi^4=4u^2=2,\quad \xi^5=2(u+1)=2u+2,$$

$$\xi^6=2(u+1)^2=\text{u},\quad \xi^7=u(u+1)=2+u.$$

Таким чином, степенями ξ вичерпані всі ненульові елементи поля F_9.

Зауважимо, що поле F_9 має чотири примітивні елементи, бо за формулою (2) $l=\varphi(8)=4$. Цими елементами є: $\xi=\xi_1=1+u,\quad \xi_2=1-u=1+2u,\quad \xi_3=2+u,\quad \xi_4=2-u=2+2u.$

Приклад 2. *Побудувати поле* $F_{16}=F_{2^4}$..

Використаємо незвідний многочлен 4-го степеня $f(x)=x^4+x+1$ над полем F_2 Нехай $\alpha-$ його корінь. Тоді за формулою (1), маємо

$$F_{16}=F_2(\alpha)=\left\{a_0+a_1\alpha+a_2\alpha^2+a_3\alpha^3,\quad \alpha^4+\alpha+1=0\right\}=\left\{0,1,\alpha,1+\alpha,\alpha^2,1+\alpha^2,\alpha+\alpha^2,\right\}\cup$$

$$\cup\left\{1+\alpha+\alpha^2,\alpha^3,1+\alpha^3,1+\alpha+\alpha^3,\alpha^2+\alpha^3,1+\alpha^2+\alpha^3,\alpha+\alpha^2+\alpha^3,\alpha+\alpha^3,1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3\right\}.$$

Легко перевірити, що один з примітивних елементів поля $F_{16}-$ це $\xi=\alpha$. Іншими примітивними елементами поля є: $\alpha^2,1+\alpha,1+\alpha^2,1+\alpha+\alpha^3,\alpha+\alpha^2+\alpha^3,1+\alpha^2+\alpha^3,1+\alpha^3,$ оскільки за формулою (2) $l=\varphi(15)=8$.

Приклад 3. *Побудувати поле* $F_{49}=F_{7^2}$. Поле F_{7^2} є лінійним простором розмірності 2 над полем F_7. Побудуємо це поле, використавши незвідний многочлен 2-го степеня над полем F_7 – $P(X)=X^2+1$. Нехай $X-$ корінь многочлена $P(X)=X^2+1$. Тоді за формулою (1) отримаємо

$$F_{7^2}=\left\{a_0+a_1X,\quad a_0,a_1\in F_7,\quad X^2+1=0\right\}.$$

ТНУЛП 2017

Можна переконатись, що мультиплікативна група поля F_{7^2} – циклічна група порядку 48 з примітивним елементом, наприклад, $\xi = 2X + 1$. Дійсно,

$\xi^2 = 4X + 4,\quad \xi^3 = 5X + 3,\quad \xi^4 = 4X,\quad \xi^5 = 4X + 6,\quad \xi^6 = 2X + 5,\quad \xi^7 = 5X + 1\quad \xi^8 = 5,$

$\xi^9 = 3X + 5,\quad \xi^{10} = 6X + 6,\quad \xi^{11} = 4X + 1,\quad \xi^{12} = 6X,\ \xi^{13} = 6X + 2,\ \xi^{14} = 3X + 4,\ \xi^{15} = 4X + 5,$

$\xi^{16} = 4,\quad \xi^{17} = X + 4,\quad \xi^{18} = 2X + 2,\quad \xi^{19} = 6X + 5,\ \xi^{20} = 2X\ ,\xi^{21} = 2X + 3,\quad \xi^{22} = X + 6,$

$\xi^{23} = 6X + 4,\quad \xi^{24} = 6,\quad \xi^{25} = 5X + 6,\quad \xi^{26} = 3X + 3,\ \xi^{27} = 2X + 4,\ \xi^{28} = 3X,$

$\xi^{29} = 3X + 1,\quad \xi^{30} = 5X + 2,\quad \xi^{31} = 2X + 6,\quad \xi^{32} = 2,\ \xi^{33} = 4X + 2,\ \xi^{34} = X + 1,\ \xi^{35} = 3X + 6,$

$\xi^{36} = X,\quad \xi^{37} = X + 5,\quad \xi^{38} = 4X + 3,\quad \xi^{39} = 3X + 2,\ \xi^{40} = 3,\quad \xi^{41} = 6X + 3,\quad \xi^{42} = 5X + 5,$

$\xi^{43} = X + 2,\quad \xi^{44} = 5X,\quad \xi^{45} = 5X + 4,\quad \xi^{46} = 6X + 1,\quad \xi^{47} = X + 3,\quad \xi^{48} = 1.$

Таким чином, ми перебрали всі 48 елементів мультиплікативної групи поля $F_{49} = F_{7^2}$, тобто побудували це поле.

Зауважимо, що в полі F_{7^2} існує за формулою (2) $l = \varphi(48) = 16$ примітивних елементів.

Список використаних джерел

1. Ю.С.Харин Математические основы криптологии / Ю.С.Харин, В.И. Берник, Г.В.Матвеев Учебн. Пособие – Мн. БГУ, 1999. – 319 с.
2. О.В.Вербіцький Вступ до криптології / О.В.Вербіцький. – Львів.: ВНТЛ, 1998. – 246с.
3. А.И. Кострикин Введение в алгебру / А.И. Кострикин – М.:Наука.1977. – 492 с.
4. Я.В. Радыно Элементы алгебры для студентов-аналитиков / Я.В. Радыно, А.Я. Радыно, Е.М. Радыно – Гродно.: ГрГУ им. Я. Купалы, 2013. – 196 с.

Через паралельне проектування від геометрії площини до геометрії простору

Б.С. Кравець, викладач-методист,

Дрогобицький коледж нафти і газу

Вивчення теми стереометрії «Прямі і площини в просторі» викликає у більшості студентів затруднення. Вони полягають в тому, що крім виконання алгебраїчних дій і обчислень треба ще володіти просторовою уявою і просторовим мисленням.

Опираючись на власний досвід, хочу поділитись ним як можна покращити ефективність вивчання цієї теми, а в деяких випадках алгоритмізувати, а отже покращити вивчення всієї стереометрії.

Ключове полягає в тому, щоб на самих початках навчити студентів роботи те, що їм в подальшому доведеться робити чи не на кожному занятті, а саме. – як це не банально звучить, - розв'язувати прямокутні трикутники, але використовуючи їх образи при паралельному проектуванні. Але цьому повинне передувати повторення і відтворення основних понять з планіметрії.

А саме:

1) Означення медіани, бісектриси і висоти в трикутнику, їх властивості в рівносторонньому і рівнобічному трикутниках.
2) Висоти і медіани в прямокутному трикутнику.
3) Площа трикутника, трикутника рівностороннього і прямокутного.
4) Знаходження центрів і радіусів вписаного і описаного кіл для довільного трикутника і для прямокутного зокрема.
5) Означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса гострого кута в прямокутному трикутнику.
6) Розв'язання прямокутного трикутника за гіпотенузою і гострим кутом та за катетом і гострим кутом.

ТК НУ ЛП 2017

7) Знаходження гострих кутів в прямокутному трикутнику за гіпотенузою і катетом, в іншому випадку – за двома катетами.
8) Теорема Піфагора.

До пунктів №6 і №7 обов'язково розв'язати задачі. Їх легко зімпровізувати.

Задача такого типу: Задаємо гіпотенузу і гострий кут і ставимо вимогу: знайти катети, площу S_Δ радіус R – описаного кола, r – вписаного кола, медіану і висоту з вершини прямого кута.

Аналогічно задаємо катет і гострий кут. Ставимо вимогу знайти гіпотенузу другий катет, S_Δ , R, r, медіану з вершини прямого кута і висоту.

В одній із задач поставити вимогу знайти S_Δ двома способами.

До п. №7. Задаємо довжини гіпотенузи і катета (в числах) і знаходимо гострий кут.

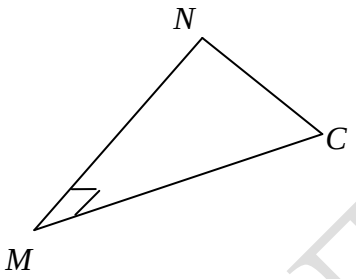
В іншому випадку задаємо два катети і знаходимо гострі кути.

В одному із випадків ставимо вимогу знайти третю сторону, використавши теорему Піфагора.

Після вивчення питання « Паралельне проектування і його властивості. Зображення фігур у стереометрії » переходимо до розв'язування прямокутних трикутників, використовуючи їх образи при паралельному проектуванні.

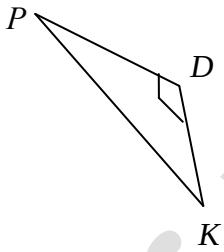
Спочатку такі вправи.

1. Дано прямокутний трикутник *NMC* з прямим кутом в точці *M*. Записати *sin, cos, tg, ctg* кутів



при вершині *N* і *C*.

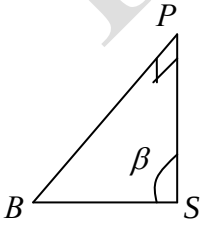
2. Дано прямокутний трикутник *KDP* з прямим кутом в точці *D*.



Записати в правій стороні тригонометричну функцію гострого кута двома способами: $\frac{PD}{DK} =$;

$\frac{DK}{PD} =$; $\frac{PD}{PK} =$; $\frac{DK}{PK} =$;

3. Дано прямокутний трикутник *SPB* з прямим кутом в точці P. Сторона $PS = b$, $\angle S = \beta$



Знайти довжини двох інших сторін, площу трикутника, радіус вписаного і описаного кіл і висоту з вершини прямого кута. Для зображення висоти вкажіть який із гострих кутів ви приймаєте більшим

ТКНУ ЛП 2017

Тут необхідно розказати алгоритм знаходження сторони за даним гострим кутом і іншою стороною. Для цього будемо складати відношення відомої і невідомої сторін (але так, щоб гіпотенуза не була в чисельнику, бо вийдемо на *sec* чи *cosec*) і після цього з'ясувати назву цього відношення. Це може бути одна із чотирьох тригонометричних функцій: *sin, cos, tg* і *ctg.* Тобто, ми будемо зліва писати відношення, а справа тригонометричну функцію. Із одержаного співвідношення будемо знаходити невідому сторону.
Покажемо як це робиться в цій задачі.

Знаходимо невідомі сторони трикутника: Гіпотенузу *BS* і катет *PB*. Запишемо відношення відомої і невідомої сторони. А саме, $\frac{PS}{BS}$. Це відношення буде $cos\ \angle\ S$ (не беремо обернене відношення $\frac{BS}{PS}$,бо одержимо $sec\ \angle\ S$). Отже, $\frac{PS}{BS} = cos\ \angle\ S$; $BS = \frac{PS}{cos\ \angle S}$; $BS = \frac{d}{cos\,\beta}$

Далі беремо відношення $\frac{BB}{PS}$ (можна $\frac{BS}{BP}$): $\frac{BP}{PS} = tg\ \angle\ S$; $BB = PS$; $tg\angle S$ $PB = в\ tg\,\beta$

Знайдемо площу трикутника $S_{\Delta} = \frac{1}{2} PS \cdot BP$ $S_{\Delta} = \frac{1}{2} в \cdot в tg\beta = \frac{1}{2} в^2\ tg\,\beta$

Радіус описаного кола буде дорівнювати половині гіпотенузи $R = \frac{1}{2} \cdot BS$

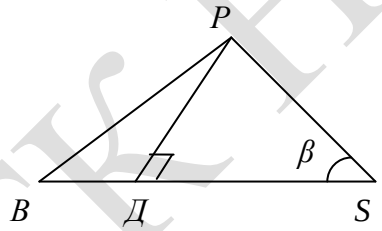
$R = \frac{в}{2cos\beta}$

Радіус вписаного кола будемо знаходити за формулою $r = \frac{a + в - c}{2}$, де *а, в* – катети, *с* – гіпотенуза

В нашому випадку $r = \frac{PS + PB - BS}{2}$

$$r = \frac{в + в tg\beta - \frac{в}{cos\beta}}{2} = \frac{в + \frac{в\sin\beta}{\cos\beta} - \frac{в}{cos\beta}}{2} = \frac{в cos\beta + в\sin\beta - в}{2cos\beta} = \frac{в(\sin\beta + \cos\beta - 1)}{2\cos\beta}$$

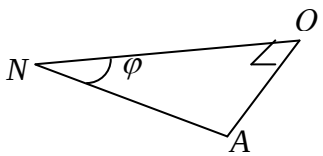
Нехай $\angle B \succ \angle S$, тоді основа *D* висоти *PD* на гіпотенузу буде ближче до вершини *B* ніж до вершини *S* (*див.малюнок*)



Тоді: $\frac{РД}{PS} = sin\ \angle\ S$

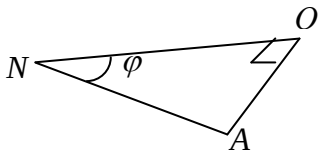
$РД = PS \cdot sin\ \angle\ S$ $РД = в \cdot \sin\beta \angle\ S$

4. Дано прямокутний трикутник *AON* з прямим кутом в точці *O*. *AN*= ℓ , $\angle N = \varphi$



Знайти довжини двох інших сторін, площу трикутника, радіус вписаного і описаного кіл і висоту, проведену з вершини прямого кута на гіпотенузу.

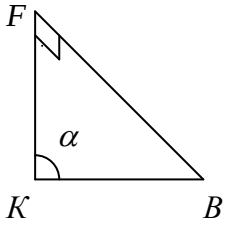
ТКНУЛП 2017



5. Бічна сторона рівнобічного трикутника відноситься до основи як 3:5. Знайти на зображенні центр вписаного кола.

6. Дано прямокутний трикутник *BFK* з прямим кутом *F*.

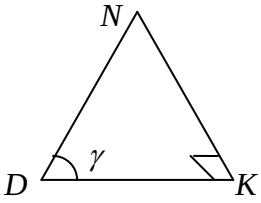
$KB = m, \quad \angle K = \alpha$



Знайти довжини двох інших сторін, площу трикутника, радіус вписаного і описаного кіл і висоту, проведену з вершини прямого кута на гіпотенузу.

7. Дано прямокутний трикутник *DKN* з прямим кутом в точці *K*.

$DK = n, \quad \angle D = \gamma$



Знайти довжини двох інших сторін, площу трикутника, радіуси вписаного і описаного кіл і висоту, проведену з вершини прямого кута на гіпотенузу.

8. Сторона правильного трикутника дорівнює $2\sqrt{3}$. Знайти площу трикутника і радіуси вписаного і описаного кіл. Показати шукані радіуси на зображенні цього трикутника.

Зрозуміло, що всі наведені вправи і задачі на одному занятті не будуть розв'язані. Ситуація покаже що буде зроблено, а що ні. Із тих, що не будуть зроблені, 2 – 3 задачі можна буде задати додому.

Слід акцентувати увагу студентів на те, що на розв'язування прямокутних трикутників буде проведена контрольна робота. Кожний мусить її здати або перездати на позитивну оцінку.

Подаю два із восьми варіантів такої контрольної роботи.

Варіант № 1

1. Дано:

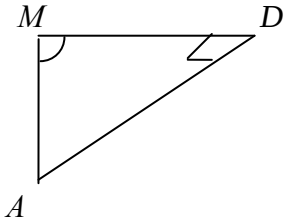
$\angle D = $ прямий

$\angle M = \gamma$

$\underline{AD = m}$

AM-? DM-? r- ?

Знайти медіану з вершини *D*. Зобразити її.

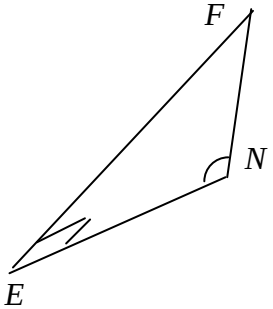


2. Дано:

$\angle E = $ прямий

$\angle N = \varphi$

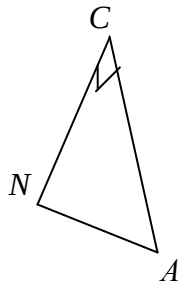
$\underline{FN = c}$



ТКНУШ 2017

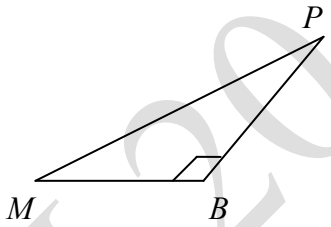
Знайти:
а) *EF, EN;*
б) висоту на гіпотенузу, вказавши, який із гострих кутів менший;
в) площу трикутника двома способами.

3. Дано:
$\angle C = $ прямий
$AC = \sqrt{3} \quad AN = \sqrt{12}$



Знайти:
а) Невідомі кути*;*
б) невідому сторону за теоремою Піфагора.

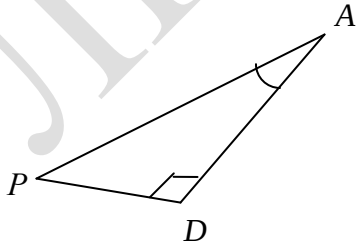
4. Дано:
$\angle B = $ прямий
$MB = 9 \quad PB = \sqrt{27}$



Знайти невідомі кути.

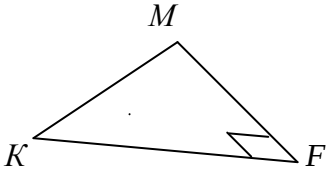
Варіант № 2

1. Дано:
$\angle D = $ прямий
$\angle A = \beta$
$AP = c$



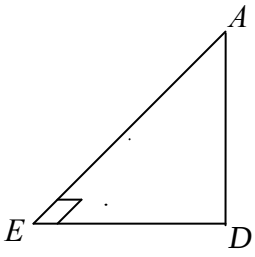
Знайти:
а) *AD* і *DP;*
б) вказавши який із гострих кутів більший, знайти висоту на гіпотенузу*S*;
в) Знайти S_{Δ} двома способами.

2. Дано:
$\angle F = $ прямий
$\angle M = \gamma$
$KF = a$



Знайти *KM; FM; R, r* і медіану з вершини прямого кута, зобразивши її.

3. Дано:
$\angle E = $ прямий
$AD = \sqrt{32} \quad ED = 4$



Знайти:
а) Невідомі кути*;*
б) невідому сторону за теоремою Піфагора.

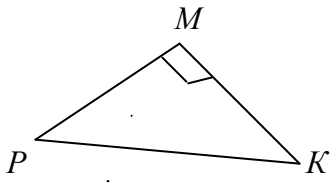
ТКНУ ЛП 2017

4. Дано:

$\angle M =$ прямий

$PM = \sqrt{30} \quad MK = \sqrt{90}$

Знайти невідомі кути.



ПАРАДОКСИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

Є.В. Черемних, д.ф.-м.н., професор,
Національний університет "Львівська політехніка"

Дехто шукає цікавинки лише для того, щоби дивуватись ними,
інші – для того, щоби пізнати їх і перестати дивуватись
Р.Декарт

1) **Незалежні події.**

Події A і B незалежні, якщо P(AB) = P(A)P(B). Це значення не завжди узгоджується з загально прийнятим уявленням про незалежність події.

Парадокс: Кидають дві монети. Нехай подія A - на 1-й монеті випав „герб", подія B – на 2-й монеті випав „герб", подія C –(тільки) на одній монеті випав „герб".

Тоді події A,B,C – попарно незалежні ,але кожні дві події з них однозначно визначають третю.

Дійсно P(AC) = P(A)P(C) = $\frac{1}{4}$, P(BC) = P(B)P(C) = $\frac{1}{4}$, отже A і C і також B,C – незалежні події.

Але кожна подія з (A,B,C) відбувається тоді і тільки тоді, коли відбувається одна з двох інших подій. Таким чином, попарна незалежність подій не означає їх незалежність в цілому.

2**) Кидають монету** поки не випаде „решка", і якщо не відбувається при к-ому киданні , то гравець отримує $2^к$ доларів з банку.

Якою сумою потрібно запастись , щоби гра не закінчувалась?

Парадокс: Такої суми не існує.

Дійсно, втрати банку мають математичне сподівання = ∞

$$\frac{1}{2} * 2 + \frac{1}{4} * 4 + \frac{1}{8} + .. = 1 + 1 + .. = \infty$$

3) **Закон великих чисел**

Ймовірність того, що при киданні монети кількість появ „герба" наближено дорівнює кількості появ „решек", наближається до 1 при збільшені кількості кидань монети (їх відношення прямує до 1). По закону Бернуллі, якщо монету кидають n раз і при цьому „герб" з'являється к раз, то тоді $\frac{k}{n} \to \frac{1}{2}$

Парадокс: Якщо багато разів з'являється „герб", то здається, що ймовірність появи „решки" зростає. Але у монет немає пам'яті, тому шанси появи „герба" дорівнюють $\frac{1}{2}$, навіть якщо „герб" вже з'явився 1000 разів підряд. Чи не протирічить це закону Бернеллі?

Помилка полягає в тому , що з прямування $\frac{k}{n} \to \frac{1}{2}$ не випливає, що різниця між кількістю появ „герба" та „решки" прямує до 0.

Наприклад при 6 киданнях ймовірність 3-х „гербів" рівна $\frac{5}{16}$; при 100 киданнях ймовірність 50 „гербів" рівна 8%, при 1000 ймовірність 500 менша за 2 %.

Нехай G_n , R_n – кількості „гербів" і „решок" при n киданнях монети, тоді:

ТНУ ЛП 2017

$$\lim_{n\to\infty} P(|G_n - R_n| < x\sqrt{n}) = \Phi(x),$$

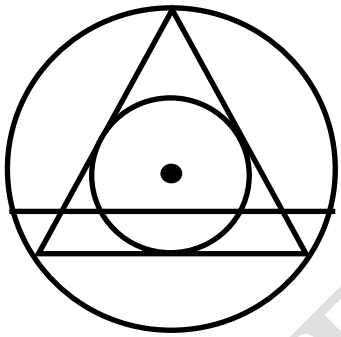
де Ф(х) - функція Лапласа. $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}\, dt$

4) **Випадкова хорда.**

Розглянемо 3 варіанти побудови хорди використовуючи „ рівномірний випадковий вибір“ і покажемо, що ймовірність для хорди не є однозначною і залежить від способу „рівномірного вибору“.

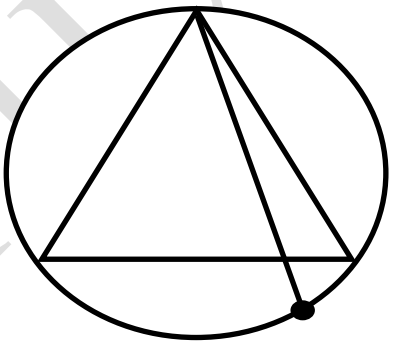
Задача: Знайти ймовірність вибору хорди в крузі, яка довше сторони правильного трикутника, вписаного в круг.

(1-ший спосіб) Вибираємо випадковим чином (рівномірно) в даному крузі точку. Ця точка визначає єдину хорду, серединою якої вона є. Ця хорда довше сторони правильного трикутника тоді і тільки тоді коли її середина знаходится всередині круга, вписаного в трикутник.



Радіус цього круга дорівнює $\frac{1}{2}$ радіуса даного круга, тому площа вписаного круга = $\frac{1}{4}$ площі даного круга і ймовірність того, що випадкова точка знаходится всередині вписаного круга, дорівнює $\frac{1}{4}$**.** Тому ймовірність вибору потрібної хорди дорівнює $\frac{1}{4}$**.**

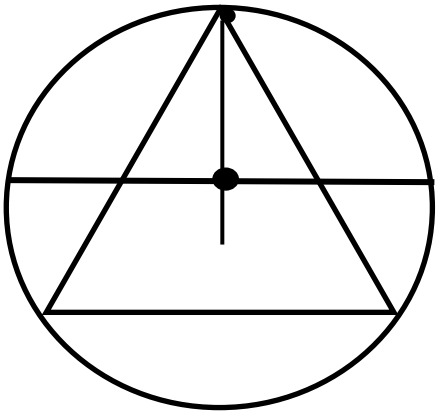
(2-й спосіб) Вважаємо, що один кінець хорди є фіксованою точкою на колі. Нехай це буде вершина вписаного трикутника. Виберемо другий кінець випадкового згідно рівномірному розподілу на дузі(частині кола).



Вершини трикутника ділять коло на 3 рівні дуги і випадкова хорда довша сторони правильного трикутника , якщо вона перетинає цей трикутник. Дуга становить $\frac{1}{3}$ частину кола, тому шукана ймовірність дорівнює $\frac{1}{3}$.

(3-й спосіб) Виберемо точку випадковим чином рівномірно на радіусі кола і проведемо хорду перпендикулярно до радіуса, що проходить через цю точку.

ТК ІУ ДП 2017



Тоді хорда довша сторони вписаного трикутника,якщо випадкова точка знаходится на тій половині радіуса, котра ближче до центра круга. Отже шукана ймовірність становить $\frac{1}{2}$.

Парадокс: При використанні рівномірних розподілів в крузі, на колі і на радіусі кола для ймовірності випадкової хорди одержуємо $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$.

5) **Заміри стержнів**.

Припустимо, що потрібно знайти довжини двох різних стержнів. Прилад для вимірювання дає результат з середньою похибкою **т.** Цікаво, що вимірювання кожного стержня окремо не є найкращим способом.

Парадокс: Похибка буде меншою,якщо спочатку заміряти спільну довжину **T** приклавши один стержень до другого, і різницю їх довжин **D.** Тоді довжини стержнів рівні.

$$\frac{T+D}{2} \text{ і } \frac{T-D}{2}$$

Дійсно при обчислені дисперсії

$D\left(\frac{T+D}{2}\right)=\frac{1}{4}\left(\sigma^2+\sigma^2\right)=\frac{\sigma^2}{2}$, отже $\sigma\left(\frac{T+D}{2}\right)=\frac{\sigma}{\sqrt{2}}$ і аналогічно $\sigma\left(\frac{T-D}{2}\right)=\frac{\sigma}{\sqrt{2}}$

6) **Закон Бенфорда.**

Розглянемо яку-небудь таблицю (наприклад степенів 2^n). Як правило з'ясуєтсья, що 1-ша цифра не буде рівномірно розподілена на множині 1,2,…,9. Цифра 1 зустрічається частіше, далі йде цифра 2 і так далі, … ,цифра 9 зустручаєтся рідше за інших.

Згідно закону Бенфорда відносна частота перших цифр, не більших ніж *k*, дорівнює не $\frac{k}{9}$ (що означало би рівномірність розподілу), а $\lg(k+1)$.

Таким чином відносні частоти для 1,2, … ,9 наближено дорівнюють 30%, 17%, … ,5%. Інакше мантиси логарифмів розподілені майже рівномірно на (0,1).

7) **Гральний кубік**

При кидані 2-х кубиків сума з'явившихся чисел знаходится від 2 до 12. Число 9, як і 10 можна отримати двома способами: 9 = 3+6 = 4+5 : 10 = 4+6 = 5+5.

Парадокс: Чому 9 з'являється частіше при двох кидках, а 10, навпаки, з'являється частіше при трьох киданнях?

Відповідь: Необхідно враховувати порядок появи чисел, тоді при двох киданнях для 9 маємо чотири варіанти: 9 = 3+6 = 6+3 = 4+5 = 5+4 , а для 10 лише три варіанти: 10 = 4+6 = 6+4 = 5+5.

При трьох киданнях для 9 існує 25 варіантів, а для 10 вже 26 варіантів, тому 10 більше ймовірно ніж 9.

Багато парадоксів знаходится в книзі [1]. Наприклад подано відомий парадокс Банаха-Тарского і відмічається його зв'язок з поняттям σ-зліченої ймовірнісної міри (див. варіант теорії ймовірностей, запропонований Колмогоровим)

Список використаних джерел

ГК НУ ЛП 2017

1. Г.Секей. Парадокси в теории вероятностей и математической статистике.: Будапешт, – 1990, 240с.

ДЕЯКІ АСПЕКТИ МЕТОДИКИ ВИКЛАДАННЯ СТАТИСТИЧНОГО АНАЛІЗУ

О.О. Карабин, к. ф.-м. н., доцент, О.Ю. Чмир,к. ф.-м. н., доцент,
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, м Львів

Зміни, що відбуваються в суспільстві, в першу чергу вимагають змін в системі освіти. Важка фізична праця перестає бути основним видом діяльності більшості членів суспільства, на передній план виходить інтелектуальна складова праці. В системі освіти мимоволі виникає революційна ситуація, яка приведе до появи нових методів і методик викладання, які будуть застосовуватись одночасно з традиційними методиками. Очевидно, що новітні методики включають в себе використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій та засобів навчання. Перенесення акценту на інтелектуальну складову праці ставить акцент на математичну складову в системі підготовки фахівців. Як відомо, «математика приводить розум в порядок». В час, коли знання точних наук вийшло на чільне місце, ми зіткнулись з протиріччям. Всі розуміють, що математична складова є обов'язковою в системі підготовки фахівців практично всіх рівнів і галузей, але тим не менше частка математичних дисциплін і їх обсяг в навчальних планах підготовки фахівців зменшується. Вирішити таке протиріччя можна за допомогою самостійної роботи студентів, але такий шлях вимагає високої мотивації студентів до навчання, чого на даний час ми нажаль не маємо.

Одним з важливих розділів вищої математики, елементами якого повинен володіти кожен випускник технічного навчального закладу, є статистичний аналіз. Саме статистичний аналіз і його методи є одним з тих нових і перспективних розділів математики, який знаходить широке застосування в різних галузях людської діяльності. Виходячи з цього можемо стверджувати, що вивчення основ статистичного аналізу повинне бути обов'язковим в системі підготовки фахівців не тільки технічного, а й гуманітарного спрямування.

Підхід до викладання статистичного аналізу повинен бути таким, щоб той, хто навчається бачив можливості використання статистичних методів в своїй подальшій професійній діяльності. Для досягнення цієї мети вважаємо обов'язковим проведення лабораторних робіт з використанням прикладних статистичних пакетів і прикладних практичних задач.

За своєю суттю багатомірний регресійний аналіз є надзвичайно складний в технічному плані, оскільки грунтується на матричному численні, понятті базисних векторів та власних значень, апроксимації функцій многочленами. Для користувача не потрібно заглиблюватись у всі тонкощі і глибини цього методу аналізу. Головне – знати можливості цього апарату, вміти визначити ситуації, коли цей апарат можна застосовувати і реалізувати його технічно з допомогою прикладних математичних пакетів. Саме ці три основні пункти є ключовими в побудові логічної структури лекційних, лабораторних та практичних занять зі статистичного аналізу. Крім цього викладач повинен студентам надати можливість вибору технічних засобів для реалізації поставлених цілей, оскільки, як відомо, все пізнається «в порівнянні». Пропонується розглядати вирішення задачі визначення впливу факторів x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 на ознаку y двома способами, а саме, за допомогою функції **=ЛИНЕЙН** пакета Exel, та в пакеті STATISTICA за допомогою **меню Statistics - Advanced Linear / Nonlinear Models / Multiple regression / Quick specs dialog.**

В пакеті Excel результати регресійного аналізу виводяться у вигляді таблички в порядку, наведеному на рис.1.

β_5	β_4	β_3	β_2	β_1	β_0
σ_{β_5}	σ_{β_4}	σ_{β_3}	σ_{β_2}	σ_{β_1}	σ_{β_0}
R^2	Стандартна похибка				
Критерій Фішера	Ступені свободи				
Сума квадратів відхилень, що пояснюється регресією	Сума квадратів відхилень, що пояснюється похибкою				

Рис. 1. Розташування регресійної статистики в пакеті Excel

де β_i – коефіцієнти регресії при *i*-ому факторі.

З отриманих даних регресійної таблиці користувач за відомими йому формулами знаходить нормовані коефіцієнти регресії, коефіцієнти еластичності, перевіряє адекватність регресійної моделі, встановлює фактори, що найбільше впливають на зміну результуючого показника. Додатково можна обчислити парні коефіцієнти регресії і встановити наявність мультиколінеарності.

В пакеті STATISTICA мультифакторний аналіз можна виконати зайшовши в **меню Statistics - Advanced Linear / Nonlinear Models**. Вибрати в якості типу аналізу **Multiple regression** і в якості методу вирішення **Quick specs dialog**. Після цього натиснути **OK** для входу в діалогове вікно множинної регресії та виділивши опцію **Summary** потрібно натиснути клавішу **Coefficients** для відображення обчислених коефіцієнтів регресії. Коефіцієнти регресії отримуємо у першому стовпчику, а нормовані коефіцієнти регресії маємо у стовпчику **Beta.** Для відображення коефіцієнта множинної детермінації потрібно в меню **GLM Results** відкрити вкладку **Summary**, а в ній **Whole model R.** В результаті дістанемо табличку з множинним коефіцієнтом детермінації, ступенями свободи та емпіричним значенням критерію Фішера. Для відображення парних коефіцієнтів кореляції в меню **GLM Results** відкрити вкладку **Matrix**, а в ній вкладку **Correlation.**

Пакет STATISTICA має набагато більше графічних можливостей та набагато більше операційних функцій для здійснення багатомірного кореляційного аналізу. Як показує досвід, цим пакетом можна користуватись після оволодіння техніки багатомірного кореляційного аналізу та маючи ґрунтовну теоретичну підготовку. Калькулятор Excel дає можливість оволодіти технікою багатомірного кореляційного аналізу, зрозуміти його тонкощі та особливості.

Список використаних джерел

1. Лапач С. М. Конфлікт класичного і модернового у викладанні математики у вищій школі / Сергій М. Лапач. // Математика в сучасному технічному університеті. – 2015. – С. 162–167.
2. Радченко С. Г. Системное обеспечение получения многофакторных статистических моделей [Електронний ресурс] / Станіслав Г. Радченко // Математика в сучасному технічному університеті. – 2015. – С. 66-71.
3. Карабин О.О., Чмир О.Ю. Викладання багатофакторного кореляційного аналізу з використанням інформаційно-комунікаційних технологій / Оксана О. Карабин, Оксана Ю. Чмир // Вісник львівського державного університету безпеки життєдіяльності , №13, - 2016, -С. 181-191

ВИКЛАДАТИ ВІД ПРОСТОЇ ТЕМИ ДО СКЛАДНОЇ

Є.В. Черемних, д.ф.-м.н., професор,
Національний університет "Львівська політехніка"

Розглянемо функції $y = ax + b$. Позначимо через [*y*] найбільше ціле число, що не перевищує *y* і позначимо дробові частини через $\{y\} = y - [y]$. Дробові частини чисел $y_k = ak + b$, де цілі числа *k* , які змінюються від -∞ до +∞, утворюють скінченну множину на

[0,1], якщо a – раціональне число, і всюди щільну множину на [0,1], якщо a – ірраціональне число.

Це твердження стає зрозумілим, якщо числу y_k співставити точку P_k на колі, що одержується з точки P_0 при $k=0$ поворотом на кут ka (де $\frac{a}{\pi}$ – ірраціональне число). Доведення цього твердження випливає з наступної теореми:

Теорема Якобі. *Нехай α – число, неспіввимірне з π (тобто $\frac{a}{\pi}$ – ірраціональне число) і $\{P_k\}$ – нескінченна послідовність точок кола, така що P_{k+1} одержується з P_k поворотом на α радіан. Тоді для кожної дуги хоча би одна точка $\{P_k\}$ належить до цієї дуги.*

З теореми Якобі випливає, що кожна дуга містить безліч точок $\{P_k\}$. Дійсно, якщо вона містить скінченну кількість точок $\{P_k\}$, то знайдеться дуга, що не містить жодної точки $\{P_k\}$, але це неможливо.

Розглянемо n точок $\{P_k\}$ на [0,1] та інтервал Δ на [0,1]. Нехай $k(n)$ – кількість точок на Δ, $l(\Delta)$ – довжина проміжку Δ. Якщо:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{k(n)}{n}=l(\Delta) \qquad (1)$$

то нескінченна послідовність розподілена рівномірно в [0,1]. До речі, точки $\{P_k\}$ в умові теореми Якобі розподілені рівномірно на колі.

Випадок многочлена $y=ax+b$ узагальнюється на випадок довільних многочленів.

Теорема Вейля. Якщо серед коефіцієнтів $a_0,\dots,a_{n-1}$ многочлена $y=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\dots+a_{n-1}x+a_n$, хоча би один коефіцієнт є ірраціональним числом, то послідовність дробових чисел y_k де $y_k=a_0k^n+a_1k^{n-1}+\dots+a_{n-1}k+a_n$ розподілена рівномірно на [0,1].

Критерій Вейля. Для того, щоб послідовність $\{x_n\}$ була рівномірно розподіленою на [0,1], необхідно і достатньо щоб для кожної інтегрованої по Ріману функції $f(x)$ виконувалось:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}f(x_k)=\int_0^1 f(x)dx \qquad (2)$$

Для доведення розглянемо спочатку характерисну функцію $f(x)=\chi_\Delta(x)$ для деякого інтервалу Δ. Тоді $f(x_k)=1$, якщо $x\in\Delta$ і $f(x_k)=0$, якщо $x\notin\Delta$.

Тоді сума:

$$\sum_{k=0}^{n-1}f(x_k)=f(x_0)+\dots+f(x_{n-1})$$

є кількістю точок, що знаходяться в Δ, тобто число $k(n)$ в (1).

Крім того:

$$\int_0^1 f(x)dx=\int_\Delta 1*dx=l(n)$$

Таким чином вирази (1) і (2) співпадають.

Якщо $f(x)=f_1(x)+f_2(x)$, де $f_i(x)$, $i=1,\ 2$ задовольняють (1)-(2), то $f(x)$ також задовольняє (1)-(2). Довільну неперервну функцію $f(x)$ на [0,1] можна подати як границю східчастих функцій: $f(x)=\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\chi_{\Delta_i}(x)$

для кожної з яких виконується (1)-(2). Отже, $f(x)$ також задовольняє (1)-(2).

Розглянемо відображення більш загальне, ніж l в теоремі Якобі. Зручно використовувати поняття орбіти. Нехай $x\in S$ – точка на колі S. Нехай T – поворот S на кут α. Позначимо $T(x)$ – образ x при повороті T, далі $T^2(x)=T(T(x))$, … , $T^n(x)=T(T^{n-1}(x))$. Всі образи $T^n(x)$ утворюють орбіту перетворення. Зауважимо що поворот T зберігає довжину кола S.

ТК НУ ЛП 2017

Нехай в довільному просторі задано перетворення *T*, нехай *D* – обмежена область простору, відображення *T* – взаємно однозначне, зберігає об'єм і переводить область *D* в себе. Тоді має місце узагальнення теореми Якобі.

Теорема Пуанкаре про повернення. *Нехай T – зберігаюче об'єми взаємно-однозначне перетворення, що переводить обмежену область D в себе:* $T(D) = D$. *Тоді довільної точки, в як завгодно малому її околі* $U \subset D$ *існує точка x, котра після декількох застосовується T знову повертається в* $U: T^n(x) \in U$ *при деякому* $n > 0$. *Майже всі точки області U знову повертається в U, об'єм точок, що не повертаються, дорівнює нулю.*

Конфігураційний простір – це простір конфігурацій, тобто можливих положень заданих об'єктів. Наприклад, дві точки x_1 і x_2, що рухаються по прямій R`, можна задати однією конфігураційною точкою $X*R^2$.

Конфігураційний простір системи з точок x_1 і x_2, що рухаються по колу S_1 і S_2 є торам. Множина пар (x_1,x_2), x_1 є A, x_2 є B є прямим добутком AxB, отже тор є прямим добутком S_1*S_2.

Добавимо до простору конфігурацій {x} простір швидкостей {v}. Отримана множина пар (x,v) утворює фазовий простір. Наприклад, якщо точка x на прямій R_1 рухається з довільною швидкістю v, то фазовим простором буде площина R_2 ={(x,v)}.

Дамо аналог теореми Якобі у випадку конфігураційних траекторій на торі. Точку x_1 на колі S_1 фіксуємо кутом ψ_1 між радіусом-вектором точки x_1 і деяким фікованим напрямком. Нехай точка x_1 рухається з частотою ϖ_1. Аналогічно задається точка x_2 є S_2, з частотою ϖ_2, тоді траєкторія на торі S1*S2 задається рівняннями: $\omega_1 = \alpha + \omega_1 t$, $\omega_2 = \beta + \omega_2 t$,

де числа (α,β) визначають точку на траєкторії при t=0.

Кажемо, що це є рівняннями обмотки тора з частотами (ϖ_1,ϖ_2). Легко бачити що траєкторія на торі періодична тоді і тільки тоді коли число $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ раціональне. Якщо число $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ іраціональне, то кожна траєкторія цієї обмотки тора всюди щильна на торі, тобто проходить через довільно(як завгодно малу) область на торі.

Розглянемо тепер фазові траєкторії (x(t), q(t)).

Перетворення , що переводять початкову точку (x(0),q(0)) в точку (x(t),Q(t)), називається фазовим перетворенням T за час t при цьому кожна точка рухається по своїй фазовій траєкторії.

Нехай початкові стани системи займають деяку область U(0)={(x(0),q(0))}, і в деякий момент t відповідно область U(t).

Виявляється що для багатьох механічних систем (гамільтонових систем) має місце наступна теорема:

Теорема Ліувілля: *Об'єми областей U(0) і U(t) однакові* .

Одже можна застосувати теорему Пуанкаре. Наприклад, газ в об'ємі є гамільтоновою системою. Нехай газ заповнює об'єм A, а об'єм B порожній. Якщо відкрити клапан між A та B, то газ з об'єму A перетече в об'єм B. Згідно з теоремою Пуанкаре про повернення, фазова точка *як завгодно близько підходить до початкового стану*, тобто весь газ збереться знову в об'ємі A через деякий час t! Це неможливо спостерігати лише тому, що t більша за час існування Сонячної системи! (парадокс Цермело).

Як ще один приклад розглянемо рух дев'яти планет Сонячної системи. Зафіксуємо деякий стан як початковий стан системи. Тоді одержимо достовірний висновок, що через деякий час всі планети будуть знаходитись поблизу початкових положень і будуть мати приблизно початкові швидкості. Зрозуміло що це відбудеться в далекому майбутньому.

Список використаних джерел

1. Г.А.Гальперін, А.Н.Земляков, Математические бильярды, наука 1990, 287 с.

ТК НУ ЛП 2017

МОЖЛИВІ ПІДХОДИ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ОДНІЄЇ ОЛІМПІАДНОЇ ЗАДАЧІ

[1]Т.Ю. Бохонова, [2]В.В. Тихонова, викладач-методист, [3]О.П. Томащук, к.пед.н., доцент, [3]В.А. Гроза, к.ф.-м.н., доцент, [2]О.Л. Лещинський к.ф.-м.н., доцент.

[1]Київський науково-природничий ліцей № 145, [2]Промислово-економічний коледж НАУ, [3]Національний авіаційний університет, м. Київ

Всеукраїнська олімпіада з математики серед студентів ВНЗ I-II рівнів акредитації в 2016 році проходила в Дніпропетровському коледжі ракетно-космічного машинобудування Дніпропетровського національного університету імені О. Гончара. Одне із запропонованих на ній завдань мало наступний зміст: знайти всі значення параметра b, при яких функція $f(x)=bx^5-20x^3+5(b+9)x-7$ монотонна при всіх $x\in R$?

Очевидним є той факт, що для розв'язання подібних завдань необхідна спеціальна підготовка. Непідготовлений учасник міг би міркувати наступним чином:

$$f'(x)=5bx^4-60x^2+5(b+9)=5(bx^4-12x^2+(b+9)). \qquad (1)$$

Зробимо заміну: $x^2=t>0$.

Дана функція монотонна, якщо виконується одна з умов:

$5(bt^2-12t+(b+9))>0$ або $5(bt^2-12t+(b+9))<0$ для будь-яких $t\in(0,+\infty)$. Тобто, треба шукати ті значення параметра b, при яких вираз $bt^2-12t+(b+9)$ не має коренів, що, в свою чергу, виконується, якщо дискримінант останнього виразу $D=144-4b(b+9)<0$.

$$4\cdot 36-4b^2-9\cdot 4b<0,$$
$$-b^2-9b+36<0,$$
$$b^2+9b-36>0,$$

$b_1=-12,\ \ b_2=3$ - корені лівої частини останньої нерівності. Методом інтервалів визначаємо область від'ємності дискримінанта:



Тобто, при $b\in(-\infty;-12)\cup(3;+\infty)$ похідна даної функції не змінює знак на $x\in R$, а, значить, сама функція є монотонною.

Для аргументації невірного підходу до такого розв'язання можна запропонувати контрприклади: при $b=-11; b=-10; b=-9$ дана функція залишається монотонною. А в отриману відповідь ці значення не попали.

Має сенс на початку розв'язання подібних завдань звернути увагу на те, що дана функція є неперервною на $x\in R$, а тому в множину, на якій вона монотонна, можуть входити критичні точки (наприклад, функція $y=x^3$ є монотонною на всій числовій прямій, включаючи критичну точку першого роду $x=0$, $f'(x)=0$).

Можливими коректними підходами до розв'язання цього завдання можуть бути наступні.

Підхід 1.

1. Функція $f(x)$ диференційована на R. Для її монотонності на R достатньою вимогою є або тільки $f'(x)\geq 0$ або тільки $f'(x)\leq 0$.

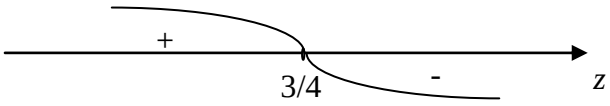
Введемо у розгляд допоміжну функцію

$$\varphi(z)=bz^2-12z+(b+9),$$

ТКНУ ЛП 2017

для якої нас буде цікавити її знакосталість на $z \in [0;+\infty)$ - умова монотонності даної функції. Її доцільність випливає з (1). Ті значення параметра b, при яких φ не змінює свій знак на $[0;+\infty)$, і будуть шуканими.

2. При $b=0,\quad \varphi(z)=-12z+9$.



Функція $\varphi(z)$ змінює знак на $[0,+\infty)$.

3. При $b\neq 0$ вивчаємо поведінку виразу $bz^2-12z+(b+9)$ на предмет нестрогої знакосталості: $bz^2-12z+(b+9)\geq 0$ або $bz^2-12z+(b+9)\leq 0$. Для виконання вказаних нерівностей повинна виконуватись вимога недодатності дискримінанта:

$$144-4b(b+9)\leq 0,\ \text{звідки}\ b\in(-\infty;-12]\cup[3;+\infty)$$

4. Функція $\varphi(z)$ зберігатиме знак на $[0;+\infty)$ ще і в тих випадках, коли або обидва її корені від'ємні, або більший з коренів дорівнює 0. Тоді за теоремою Вієта маємо наступну систему:

$$\begin{cases} 36-b^2-9b>0; \\ \dfrac{12}{b}<0; \\ \dfrac{b+9}{b}>0, \end{cases}$$

розв'язком якої є наступний інтервал для b: $-12<b\leq -9$.

Загальною відповіддю запропонованого завдання є: для $b\in(-\infty;-9]\cup[3;+\infty)$ дана функція є монотонною при всіх $x\in R$.

Підхід 2. (запропоновано к.ф.-м.н., доцентом НТУ «КПІ» Бохоновим Ю.Є.).

Функція $f(x)=bx^5-20x^3+5(b+9)x-7$ буде монотонною на $x\in R$, якщо або $f'(x)\geq 0$, або $f'(x)\leq 0$ для всіх $x\in R$.

$f'(x)=5bx^4-60x^2+5(b+9)$. Тобто, повинні виконуватися нерівності або $bx^4-12x^2+b+9\geq 0$, або $bx^4-12x^2+b+9\leq 0$. Таким чином, або

$b(x^4+1)\geq 3(4x^2-3)$, тобто

$$b\geq \frac{3(4x^2-3)}{x^4+1}\ ,\ \text{або} \tag{2}$$

$b(x^4+1)\leq 3(4x^2-3)$, тобто

$$b\leq \frac{3(4x^2-3)}{x^4+1}. \tag{3}$$

Введемо у розгляд допоміжну функцію $\varphi(x)=\dfrac{3(4x^2-3)}{x^4+1}$, яка визначена на $x\in R$. Тоді умови (2) і (3) для b можна представити наступним чином:

$$\begin{cases} b\geq \textit{ найбільшого значення } \varphi(x) \textit{ на } x\in R, \\ b\leq \textit{ найменшого значення } \varphi(x) \textit{ на } x\in R. \end{cases}$$

ТКНУ ЗП 2017

Таким чином, дане завдання зводиться до знаходження найбільшого і найменшого значення функції $\varphi(x)$ на її області визначення.

Очевидно, що функція $\varphi(x)$ є неперервною і парною.

$$\varphi(x) \ge 0, \text{ коли } x^2 \ge \frac{3}{4}, \text{ тобто, коли } x \le -\frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ або коли } x \ge \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\varphi(x) < 0 \text{ при } x \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

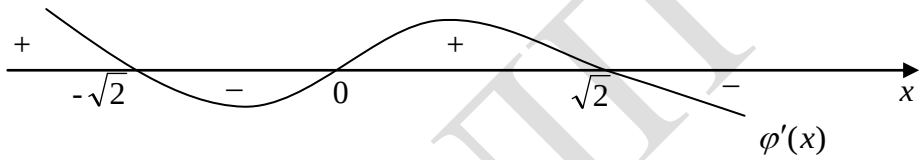
$$\lim_{x\to\infty} \varphi(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{3(4x^2-3)}{x^4+1} = 0, \text{ тобто, } x = 0 \text{ - горизонтальна асимптота.}$$

$$\varphi'(x) = 3\cdot\frac{8x(x^4+1)-(4x^2-3)\cdot 4x^3}{(x^4+1)^2} = \frac{12x}{(x^4+1)^2}\cdot\left(2(x^4+1)-4x^4+3x^2\right) =$$

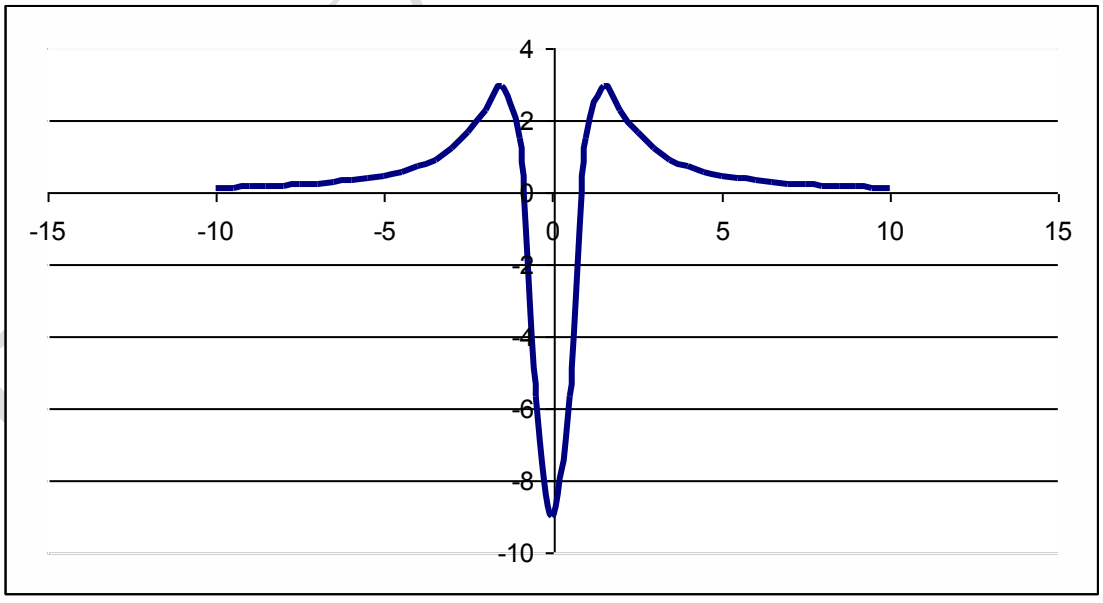
$$= \frac{12x}{(x^4+1)^2}\cdot\left(-2x^4+3x^2+2\right) = -\frac{12x}{(x^4+1)^2}\cdot(2x^4-3x^2-2) =$$

$$= -\frac{24x}{(x^4+1)^2}\cdot\left(x^2+\frac{1}{2}\right)\left(x^2-2\right) = -\frac{24x}{(x^4+1)^2}\left(x^2+\frac{1}{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right).$$

Інтервали монотонності функції $\varphi(x)$ наступні:



Схематично графік функції $\varphi(x)$ може бути зображений наступним чином:



$$\varphi(\sqrt{2}) = \varphi(-\sqrt{2}) = \frac{3(4(\sqrt{2})^2-3)}{(\sqrt{2})^4+1} = 3, \quad \varphi(0) = -9.$$

Відповідь: $b \in (-\infty; -9] \cup [3; +\infty)$

ДЕЯКІ ПИТАННЯ МЕТОДИЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

Л.С. Васіна, к. пед. н., В.Д. Мохонько, к. ф.-м. н.,
Технічний коледж НУ "Львівська політехніка"

Як свідчить досвід викладання вищої математики, кількості аудиторних годин, відведених на її вивчення, недостатньо для повноцінного вивчення матеріалу, оскільки від 50 до 70% програмного матеріалу виноситься на самостійне опрацювання. Якщо на лекціях студентів можна ознайомити зі всіма важливими відомостями: означеннями, теоремами, формулами (в основному, без доведень), то на практичних заняттях за такий час дуже складно виробити необхідні навички розв'язування задач. В таких умовах самостійна робота студентів (СРС) складає практично половину навчального часу і стає не менш важливою частиною роботи студента, ніж аудиторна.

Теоретична функція СРС передбачає самостійне вивчення певних тем чи питань, які не включені в аудиторні заняття, опрацювання усієї необхідної теорії з предмету.

Практична функція СРС передбачає розв'язування типових задач з тем, які не виносяться на заняття і вироблення навичок розв'язування всіх типів задач, передбачених програмою.

Роль викладача в організації СРС полягає у: – *плануванні* СРС в межах кожного змістового модуля; – *розробці* індивідуальних завдань, у тому числі і професійного спрямування; – *методичному забезпеченні*: підготовці конспектів лекцій, методичних рекомендацій, вказівок по виконанню індивідуальних завдань розрахункових робіт; – *інформуванні* студентів про види роботи, які необхідно виконати у рамках цього модуля, формах оцінювання, забезпеченість методичними матеріалами, літературою; – організації *консультування* по питаннях виконання завдань самостійної роботи.

Для успішної реалізації теоретичної функції СРС найбільш важливим, на нашу думку, є її методичне забезпечення. Наприклад, у СРС студентів Технічного коледжу ефективно працює "Навчальний довідник у таблицях". У довіднику системно і компактно викладено базові поняття всіх розділів Вищої математики, передбачених навчальною програмою: "Лінійна алгебра та аналітична геометрія", "Границя і неперервність функції", "Диференціальне та інтегральне числення функції однієї та багатьох змінних", "Ряди. Ряди Фур'є", "Диференціальні рівняння".

Довідковий матеріал містить формулювання основних понять, означень, властивостей, формули, методи та покрокові схеми розв'язування типових задач. Подання матеріалу в таблицях полегшує запам'ятовування, допомагає систематизувати як аудиторну, так і самостійну роботу студента протягом всього вивчення курсу, структурувати матеріал, дає можливість нагадати і знайти необхідну інформацію як при вивченні наступних розділів, так і при підготовці до тематичного контролю, заліків, іспитів.

Наведемо декілька фрагментів Довідника.

ТКНУЛП 2017

Тема "Елементи векторної алгебри"

Використання векторної алгебри для обчислення геометричних та фізичних величин		
Косинус кута між векторами $\vec{a}(a_x,a_y,a_z)$ та $\vec{b}(b_x,b_y,b_z)$	$\cos\varphi=\dfrac{(\vec{a}\cdot\vec{b})}{\lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert}=\dfrac{a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}\cdot\sqrt{b_x^2+b_y^2+b_z^2}}$	
Площа трикутника ABC, *де* $\vec{a}=A\vec{B},\ \vec{b}=A\vec{C}$	$S=\dfrac{1}{2}\cdot\lvert[\vec{a}\times\vec{b}]\rvert=\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{\begin{vmatrix}a_y & a_z\\ b_y & b_z\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix}a_x & a_z\\ b_x & b_z\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix}a_x & a_y\\ b_x & b_y\end{vmatrix}^2}$	
Площа паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a}(a_x,a_y,a_z)$ та $\vec{b}(b_x,b_y,b_z)$	$S=\lvert[\vec{a}\times\vec{b}]\rvert=\sqrt{\begin{vmatrix}a_y & a_z\\ b_y & b_z\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix}a_x & a_z\\ b_x & b_z\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix}a_x & a_y\\ b_x & b_y\end{vmatrix}^2}$	
Об'єм піраміди, побудованої на векторах $\vec{a}(a_x,a_y,a_z)$, $\vec{b}(b_x,b_y,b_z)$, $\vec{c}(c_x,c_y,c_z)$, *зведених до одного початку*	$V_{пір.}=\dfrac{1}{6}\mathrm{mod}\left(\vec{a}\cdot\left[\vec{b}\times\vec{c}\right]\right)=\dfrac{1}{6}\mathrm{mod}\begin{vmatrix}a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\\ c_x & c_y & c_z\end{vmatrix}$	
Об'єм паралелепіпеда, побудованого на векторах $\vec{a}(a_x,a_y,a_z)$, $\vec{b}(b_x,b_y,b_z)$, $\vec{c}(c_x,c_y,c_z)$, *зведених до одного початку*	$V_{пар.}=\mathrm{mod}\left(\vec{a}\cdot\left[\vec{b}\times\vec{c}\right]\right)=\mathrm{mod}\begin{vmatrix}a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\\ c_x & c_y & c_z\end{vmatrix}$	
Висота ΔABC $h_A=\dfrac{\lvert[\vec{a}\times\vec{b}]\rvert}{\lvert\vec{b}-\vec{a}\rvert}$	*Висота піраміди* $h=\dfrac{3V_{пір.}}{S_{осн.}}$	*Висота паралелепіпеда* $h=\dfrac{V_{пір.}}{S_{осн.}}$
Робота постійної сили $\vec{F}(F_x,F_y,F_z)$ *на прямолінійному шляху* $\vec{S}$	$A=(\vec{F}\cdot\vec{S})=F_x\cdot(x_2-x_1)+F_x\cdot(y_2-y_1)+F_x\cdot(z_2-z_1)$, де $\vec{S}=M\vec{N}$, де $M(x_1,y_1,z_1)$ – початкова точка, $N(x_2,y_2,z_2)$ – кінцева точка	
Момент сили $\vec{F}(F_x,F_y,F_z)$, *прикладеної в точці* $B(x_B,y_B,z_B)$ *відносно довільної точки* $A(x_A,y_A,z_A)$	$\vec{M}_A\vec{F}=[A\vec{B}\times\vec{F}]=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ x_B-x_A & y_B-y_A & z_B-z_A\\ F_x & F_y & F_z\end{vmatrix}$	

ПНУ ІІІ 2017

Тема "Числові ряди"

Знакозмінні числові ряди

Схема дослідження знакочергового ряду $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n u_n$ ***на збіжність***

п.1. якщо $\lim\limits_{n\to\infty} u_n \neq 0 \Rightarrow$ ряд *розбіжний*;

якщо $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0 \Rightarrow$ переходимо до **п.2** $\Downarrow$

п.2. якщо ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}|u_n|$ – збіжний, то ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ – *абсолютно* збіжний;

якщо ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}|u_n|$ – розбіжний $\Rightarrow$ переходимо до **п.3** $\Downarrow$

п.3. якщо ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ є рядом Лейбніца, то ряд збігається *умовно*.

Зауваження 1. Якщо знаходження $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$ викликає труднощі, то починаємо з **п.2.**

Зауваження 2. Для перевірки умов **п.2.** використовують достатні ознаки збіжності знакододатних рядів.

Тема "Диференціальні рівняння"

Системи диференціальних рівнянь

Система ДР – *сукупність рівнянь, в кожне з яких входить незалежна змінна* t, *шукані функції* $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ *та їх похідні* $\frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \frac{dx_3}{dt}, ..., \frac{dx_n}{dt}$

Нормальна система лінійних відносно $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ ***ДР з сталими коефіцієнтами*** (всі рівняння розв'язані відносно похідних)***:***

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + f_i(t),\ i = 1,2,3,...,n$$

лінійна однорідна	***лінійна неоднорідна***
$\frac{dx_i}{dt} = \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}x_j,\ i = 1,2,3,...,n$	$\frac{dx_i}{dt} = \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + f_i(t),\ i = 1,2,3,...,n$

***Система двох лінійних ДР із сталими коефіцієнтами*:**

однорідна	*неоднорідна*
$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a_{11}x + a_{12}y \\ \frac{dy}{dt} = a_{21}x + a_{22}y \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = a_{11}x + a_{12}y + f_1(t) \\ \frac{dy}{dt} = a_{21}x + a_{22}y + f_2(t) \end{cases}$

Метод виключення розв'язування системи двох лінійних ДР із сталими коефіцієнтами

1→	Продиференціювати 1-ше рівняння системи по змінній $t \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2}$
2→	В одержаний вираз підставити замість $\frac{dy}{dt}$ 2-ге рівняння системи

ТНЕУ ЛП 2017

3→	З 1-го рівняння системи виразити y через $\frac{dx}{dt}$, x, t і підставити в $\frac{d^2x}{dt^2}$
4→	В результати одержимо однорідне або неоднорідне ДР другого порядку відносно функції $x = x(t)$ і змінної t, з якого визначаємо $x(t) = \varphi_1(t, C_1, C_2)$
5→	З виразу для y з п.3 знаходимо $y(t) = \varphi_2(t, C_1, C_2)$ (підставивши $\frac{dx(t)}{dt}$, $x(t)$).
6→	Записати загальний розв'язок: $\begin{cases} x(t) = \varphi_1(t, C_1, C_2) \\ y(t) = \varphi_2(t, C_1, C_2) \end{cases}$

Метод виключення розв'язування <u>однорідної</u> системи двох лінійних ДР із сталими коефіцієнтами

1→	Скласти і розв'язати характеристичне рівняння: $\begin{vmatrix} a_{11}-k & a_{12} \\ a_{21} & a_{22}-k \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow k_1, k_2$		
2→	Скласти ФСР залежно від коренів характеристичного рівняння і записати розв'язок $x(t)$:		
	$k_1 \neq k_2 \Rightarrow$ $x(t) = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t}$	$k_1 = k_2 = k \Rightarrow$ $x(t) = C_1 e^{kt} + C_2 t e^{kt}$	$k_{1,2} = \alpha \pm \beta i \Rightarrow$ $x(t) = C_1 e^{\alpha t} \cos \beta t + C_2 e^{\alpha t} \sin \beta t$
3→	З 1-го рівняння системи виразити $y = y(t)$ через $\frac{dx}{dt}$ та x і підставити відповідні значення $\frac{dx}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}$ та $x = x(t)$		
4→	Записати загальний розв'язок: $\begin{cases} x(t) = \varphi_1(t, C_1, C_2) \\ y(t) = \varphi_2(t, C_1, C_2) \end{cases}$		

Тема "Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли"

Застосування інтегралів за геометричними об'єктами	
Область D площини	**подвійний інтеграл** $\iint\limits_D f(x,y)dS$
Геометричне застосування. Площа області D: $S_D = \iint\limits_D dS$	*Фізичне застосування.* Маса плоскої пластинки з поверхневою густиною $\mu(x,y)$: $m = \iint\limits_D \mu(x,y)dS$
Просторова область G	**потрійний інтеграл** $\iiint\limits_G f(x,y,z)dV$
Геометричне застосування. Об'єм тіла G: $V_G = \iiint\limits_G dV$	*Фізичне застосування.* Маса неоднорідного тіла G з густиною розподілу мас $\gamma = \gamma(x,y,z)$: $m_G = \iiint\limits_G \gamma(x,y,z)dV$
Крива L	**криволінійний інтеграл 1-го роду** $\int\limits_L f(x,y,z)dl$

ТК НУЛП 2017

Геометричне застосування. Довжина дуги кривої L: $l_L = \int_L dl$	*Фізичне застосування.* Маса, розподілена вздовж матеріальної кривої L з густиною $\gamma = \gamma(x,y,z) \geq 0$: $m_L = \int_L \gamma(x,y,z)dl$
Крива L	криволінійний інтеграл 2-го роду $\int_L Pdx + Qdy + Rdz$
Фізичне застосування. Робота змінної сили $\vec{F} = P(x,y,z)\vec{i} + Q(x,y,z)\vec{j} + R(x,y,z)\vec{k}$ при переміщенні по дузі кривої L: $A_L(\vec{F}) = \int_L \left(\vec{F} \cdot d\vec{l}\right) = \int_L Pdx + Qdy + Rdz$	
Поверхня P	поверхневий інтеграл 1-го роду $\iint_P f(x,y,z)dP$
Геометричне застосування. Площа поверхні P: $S_P = \iint_P dP$	*Фізичне застосування.* Маса, розподілена на поверхні P з густиною $\gamma = \gamma(x,y,z) \geq 0$: $m_P = \iint_P \gamma(x,y,z)dP$
Поверхня S	поверхневий інтеграл 2-го роду $\iint_S Pdydz + Qdxdz + Rdxdy$
Фізичне застосування. Потік векторного поля $\vec{F} = P(x,y,z)\vec{i} + Q(x,y,z)\vec{j} + R(x,y,z)\vec{k}$, що протікає через поверхню S: $\Pi_S(\vec{F}) = \iint_S \left(\vec{F} \cdot \vec{n}^0\right)dS = \iint_S Pdydz + Qdxdz + Rdxdy$	

Системне впровадження у викладання курсів математики сучасних інформаційних технологій, у тому числі комп'ютерних математичних систем (Maple. MathCAD…) передбачає забезпечення студентів методичними і навчальними матеріалами нового типу – комп'ютерними підручниками, практикумами тощо. Для організації СРС студентів викладачами коледжу розробляються електронні комплекси. Наприклад, електронний комплекс з Чисельних методів по темі "Інтерполяція функцій" має таку структуру:

⇨ текст лекцій "Інтерполяція функцій", "Чисельне диференціювання. Інтерполяція сплайнами" + питання для самоконтролю; ⇨ контрольні питання до теми; ⇨ тестові завдання для діагностики і контролю знань; ⇨ план-конспект практичного заняття з розв'язками задач; ⇨ завдання для самостійної роботи; ⇨ інструкції по виконанню індивідуальних завдань з використанням ППМП MathCAD та Maple; ⇨ опорні знання з математики і вищої математики; ⇨ література та інтернет-ресурси; ⇨ програма курсу.

Наявність таких Електронних комплексів дозволяє збагатити зміст навчального матеріалу, підвищити мотивацію студентів, дає можливість самостійно отримувати нові знання для їх подальшого використання в практичній роботі, оптимізувати процес навчання. Для безпосереднього доступу студентів методичні матеріали та завдання для самостійної роботи розміщуються на сайті математиків коледжу.

Список використаних джерел

1. Васіна Л.С. Вища математика: Навчальний довідник у таблицях. – Львів : СПОЛОМ, 2014. – 256 с.

2. Плис А.И., Сливина Н.А. MathCAD: математический практикум. М.: Финансы и статистика, 2003. – 656 с.

ТКНУЛП 2017

3. ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ. Інтерполяція функцій. Чисельне диференціювання. Інтерполяція сплайнами. *Електронний комплекс*. Для самостійної роботи студентів спеціальності 5.05010301 "Розробка програмного забезпечення". – Львів: ВЦ НУ "Львівська політехніка", 2016. – 44с.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ПРОЕКТІВ НА ЗАНЯТТЯХ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

О.М. Малик

Дніпропетровський коледж ракетно-космічного машинобудування Дніпропетровського національного університету ім.О.Гончара, м. Дніпро

При підготовці до заняття викладач обирає такі методи і прийоми, які можуть забезпечити студентам різні знання, пробуджують їх розумову діяльність, розвивають і підтримують у них інтерес до навчання. Вибір методів і прийомів залежить від цілей, задач, змісту навчання, від вікових і індивідуальних особливостей студентів та від професіональних можливостей самого викладача.

Проектне навчання дає можливість відійти від традицій у навчанні, для яких типовою є пасивність студентів (коли викладач сам визначає, що студентові потрібно знати, а студент повинен тільки відтворити знання) та сприяє їх активному залученню до продуктивної творчої праці.

Метод проектів має велике значення для розвитку життєвої, соціальної, інформаційної, предметної компетентностей студента. Цей метод дозволяє:

1) забезпечити продуктивний зв'язок теорії та практики у процесі навчання;

2) встановлювати інтеграційні зв'язки вищої математики з іншими освітніми областями;

3) підвищувати інтерес студентів до дисципліни «Вища математика»;

4) сприяти розвитку інтелектуальних і творчих здібностей.

Основні вимоги до використання методу проектів:

1) наявність значущої проблеми;

2) самостійна діяльність студентів;

3) визначення кінцевих цілей проектів;

4) визначення базових знань для роботи над проектом;

5) використання дослідницьких методів;

6) результати виконаних проектів повинні бути матеріальними (презентація, відеофільм, альбом, комп'ютерна газета, ін.)

Розробка заняття з використанням проектної технології базувалась на концепції розумового розвитку студентів 2 курсу при вивченні теми «Матриці та їх використання».

Мною обрано метод проектів, тому що після підведення підсумків проектної роботи, студенти самі зможуть відповісти на запитання: «Навіщо нам матриці? Де вони нам зустрінуться у житті? Хто вигадав матриці?»

Проектний підхід включає наступні переваги:

1) стає вище відвідуваність занять, у студентів росте впевненість у своїх знаннях, розвивається здібність до навчання;

2) задачі навчання аналогічні, або перевершують по своєму рівню завдання, висунуті іншими методами. Відмінність проектного підходу полягає в тому, що

студенти беруть на себе більшу відповідальність за свою освіту, чим під час звичайних занять у коледжі;

3) можливість розвитку різнобічних навичок, таких як новий тип мислення, знаходження відповідей, робота в колективі, а також спілкування.

Основні етапи методу проектів

Вибір теми. Студенти пропонують теми, а викладач допомагає їм у виборі однієї з них (обрали тему «Матриці та їх використання»).

Визначення мети. Викладач допомагає визначити найактуальніші і водночас посильні для студентів завдання на певний проміжок часу.

Розробка проекту. На цьому етапі відбувається вибір методів і засобів для роботи над проектом (група поділена на команди «Мандрівники в минуле», «Науковці», «Дослідники» і «Конструктори»)

Виконання проекту. Конкретна практична робота або низка практичних кроків до поставленої мети:



Знімок 1

«Мандрівники в минуле» вивчають історію виникнення матриць;
«Науковці» вивчають зв'язок матриць з іншими навчальними дисциплінами;
«Дослідники» вивчають «матриці навколо нас»;
«Конструктори» складають кросворд або гру з використанням матриць.
Час виконання і термін проміжного контролю визначається викладачем.

Підбиття підсумків або презентація проекту проводиться як під час заняття, так і в позаурочний час.

На знімках 1, 2 і 3 студенти із команд «Дослідники», «Науковці» та «Конструктори» захищають свої роботи.



Знімок 2



Знімок 3

Список використаних джерел

1. Особливості застосування методу проектів на заняттях з математики [Електронний ресурс]/ www.teacherjournal.com.ua

2. Проектна технологія. Метод проектів на уроках математики [Електронний ресурс]/ sayt-portfolio.at.ua/proektu.docx

ЕКСПІРИЄНТИВНЕ НАВЧАННЯ ЯК ІНСТРУМЕНТ ІННОВАЦІЙНОГО РОЗВИТКУ ОСВІТИ

Н.Я. Сулик,
Львівський техніко-економічний коледж Національного університету "Львівська політехніка"

.

Проблема

Сучасний період розвитку суспільства характеризується сильним впливом на нього кількох ключових факторів, таких як науковий прогрес, стрімкий розвиток комп'ютерних технологій, стан екології. Результатом цього є зміна умов, за яких функціонує система освіти в кожній країні. Зокрема, в Україні відбувається реорганізація системи освіти, яка орієнтована на входження у світовий інформаційно-освітній простір. Основною задачею реорганізації є забезпечення гармонійного входження студента в інформаційне суспільство.

Забезпечення ефективності навчально-пізнавальної діяльності студента можливо через запровадження *експіриєнтивного* навчання у позаурочний час, яке значно розширює і поглиблює навчальну програму, надає студентам додаткових можливостей задоволення освітніх потреб та потреб практичної самореалізації.

Організаційно-педагогічні умови запровадження експіриєнтивного навчання

Реалізація методів *експіриєнтивного* навчання потребує певних умов, сукупність яких формує певне інформаційно-освітнє середовище діяльності студентів. У цьому контексті інформаційно-освітнє середовище експіриєнтивного навчання визначається як програмно-апаратне забезпечення, яке базується на комп'ютерних технологіях, і функціонує у поєднанні з навчально-методичним і організаційним забезпеченням за умов впливу факторів соціального середовища та екологічних факторів.

Поряд із підготовкою викладача та створенням відповідних організаційних умов стоїть задача забезпечення безпеки процесу навчально-пізнавальної експіриєнтивної діяльності студентів. Ця задача може бути розв'язана через ідентифікацію, дослідження та запобігання впливу шкідливих факторів, які мають місце в інформаційно-освітньому середовищі, а також формування відповідних знань, вмінь та досвіду практичної діяльності у студентів у цьому напрямку.

Основними несприятливими факторами інформаційно-освітнього середовища є ті, що пов'язані з інформаційною небезпекою та станом навколишнього середовища. Вплив цих факторів сьогодні є достатньо сильним, але практично не досліджується у комплексі. Дослідження фахівців галузі інформаційних технологій та навколишнього середовища свідчать про те, що внаслідок впливу цих факторів може статися значне погіршення фізичного і психічного стану студентів. Цьому сприяють, зокрема, перегляд порнографічних сайтів, зокрема таких, що стосуються дитячої порнографії; перегляд сайтів деструктивного змісту (матеріали расистського, людиноненавистного змісту, шкідливі вірусні програми, кібер-атаки тощо); комп'ютерні ігри з елементами насильства, які сприяють підвищенню рівня агресії; експлуатація довіри користувачів глобальної мережі та мобільних телефонів;невиконання санітарних норм використання комп'ютера, мобільного телефона, побутової техніки; синдром хворого помешкання; екологічний стан у регіоні.

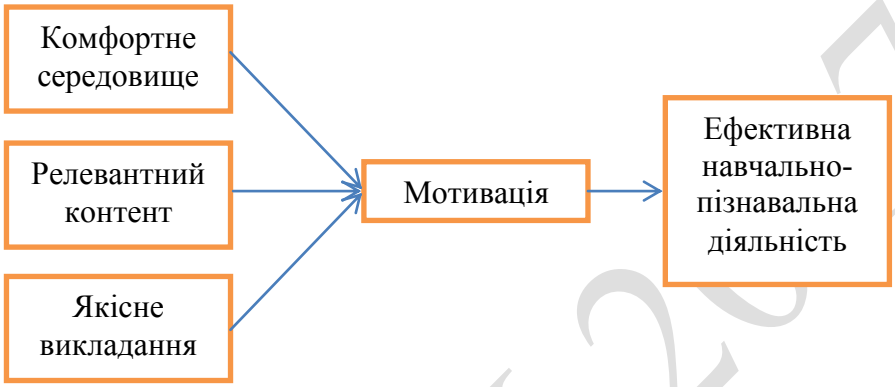
Організація процесу пізнання у контексті експіриєнтивного навчання полягає у створенні необхідних умов навчально-пізнавальної діяльності за наявності часових, інформаційних, організаційних, методичних, матеріальних та соціальних ресурсів. Основною задачею викладача у контурі експіриєнтивного навчання – навчити студента орієнтуватися у цих ресурсах та використовувати їх – частково або в повній мірі, – в залежності від поставленої задачі та реальної ситуації.

Моделі експіриєнтивного навчання

ТНТУ ІПТ 2017

Фокусом навчального процесу є людина – студент, який не існує відірвано від навколишнього світу, тому моделі, спрямовані на ефективне навчання, мають враховувати фізіологічні (біологічні), психологічні, соціальні, техногенні, інформаційні, екологічні аспекти досліджень.

Модель ефективного навчання:



Моделі експіріентивного навчання є здебільшого циклічними і, як правило, включають три базові фази:

1. *проблемна фаза*: аналіз проблемної ситуації;
2. *рефлективна фаза*: аналіз існуючого досвіду та здобуття знань із нього;
3. *тестувальна* фаза: нові інтегровані знання і розуміння застосовуються до нової проблемної ситуації.

Таким чином, експіріентивне навчання може бути визначене у термінах моделі навчання: «...починається з досвіду, за яким слідує рефлексія, обговорення, його аналіз та оцінювання».

Дане твердження полягає у тому, що ми рідко навчаємося із власного досвіду – до тих пір, поки ми не стикаємося із необхідністю його оцінювання, що призводить до оцінювання понять і сенсу у термінах своїх власних цілей, бажань, амбіцій та сподівань. З цього процесу оцінювання випливають здогадки, відкриття та розуміння. Всі елементи мозаїки оцінювання поточної ситуації стають на свої місця і новий досвід поєднується із попереднім. Далі відбувається концептуалізація окремих елементів, синтез їх інтеграція в особистісну конструктивну систему понять і цінностей індивіда, через яку він сприймає світ, спостерігає, класифікує, оцінює і шукає шляхи вирішення проблем.

Очевидно, існує ціла низка факторів, які безпосередньо впливають на навчально-пізнавальну діяльність студента. Ці фактори є результатом функціонування певних об’єктів, які мають різну фізичну природу. Ці об’єкти мають функціональні зв’язки та підкоряються єдиній меті функціонування, тому можна говорити про систему *експіріентивного* навчання «студент-середовище». Студент у даному випадку є об’єктом керування, а «середовище» будемо розуміти як сукупність об’єктів (матеріальних і віртуальних), з якими він вступає у взаємодію по мірі необхідності. Такими об’єктами є *викладач, родина, друзі* (об’єкти соціальної сфери), *інформаційне середовище, технічні пристрої* (об’єкти техносфери) та *фактори навколишнього середовища* (зокрема, екологічні). Кожний з елементів системи має власні характеристики, а у процесі функціональної взаємодії елементів породжуються емерджентні властивості системи – такі, які не притаманні жодному елементу, взятому окремо.

Здобування знань через досвід практичної діяльності потребує розвинення в особистості певних властивостей, тобто студент повинен:

- ✓ мати бажання бути активно залученим до процесу накопичення досвіду;
- ✓ вміти обмірковувати та пояснювати набутий досвід;

ТНЕУ ЦП 2017

- ✓ набувати та використовувати вміння аналітичної концептуалізації набутого досвіду;
- ✓ набувати та використовувати навички прийняття рішень, ідентифікації проблем та постановки і розв'язання відповідних задач шляхом генерації нових ідей, які випливають із накопиченого досвіду.

Методи експірієнтивного навчання

Експірієнтивне навчання залучає широкий спектр методів та способів організації як безпосередньо у школі чи коледжі (формальне експірієнтивне навчання) так і поза ними (неформальне експірієнтивне навчання). Проте всі без виключення технології експірієнтивного навчання включають практичну діяльність. Фактично експірієнтивне навчання слугує «парасолькою» для інтеграції різноманітних елементів у систему елементів когерентних, гармонійно поєднаних та таких, які у процесі свого функціонування підкоряються єдиній меті.

Зараз найбільш поширеними методами експірієнтивного навчання є такі:

1. **Навчання за межами навчального приміщення** (Outdoor Education), за умов якого навчання здійснюється з використанням об'єктів, явищ і засобів навколишнього середовища, яке знаходиться за межами навчального приміщення.
2. **Навчання через суспільну діяльність** (Service Learning, Place-Based Education). Цей метод передбачає навчання молоді через аналіз суспільних проблем та пошук шляхів їх розв'язання, спонукає молодих людей до більш глибокої інтеграції у життя шкільної, районної, міської спільноти, до активної участі у суспільному житті, виховує громадську відповідальність.
3. **Колективне навчання** (Cooperative Learning, Team Training) спрямоване на виховання корпоративної культури, формування вмінь роботи в команді, прийняття групових рішень.
4. **Активне навчання** (Active Learning) спрямоване на активізацію навчальної діяльності в аудиторії. Використовувані форми навчальної діяльності: загальна дискусія, диспут у парах, короткі письмові завдання «сторінка на хвилинку», робота в малих групах, дебати, обговорення, ділові ігри, рольові ігри, релаксаційні вправи, змагання, турніри, розгадування кросвордів та інші.
5. **Енвайронментальне (середовищне) навчання** (Environmental Education) ґрунтується на встановленні зв'язків студентів із навколишнім середовищем їх існування, аналізі та ідентифікації цих зв'язків та об'єктів зовнішнього світу. Енвайроментальне навчання – це процес, який спрямований на розширенні обізнаності членів соціуму щодо стану навколишнього середовища, на формування вмінь і навичок існування у такому середовищі, формування екологічної і ергономічної культури та відповідальності, формування компетентності щодо використання, збереження, відновлення та захисту природних ресурсів.
6. **Ситуативне навчання** (Case Method) полягає у зануренні студента у певну ситуацію у якості особи, що приймає рішення.
7. **Винахідницьке навчання** (Discovery Learning) полягає у розв'язанні студентом нової нестандартної задачі.
8. **Проблемно-орієнтоване навчання** (Problem-Based Learning) полягає у тому, що студент вивчає певний предмет у контексті комплексного багатогранного дослідження реальної проблеми.
9. **Проектно-орієнтоване навчання** (Project-Based Learning) полягає у поглибленому і скрупульозному розробленні проекту під керівництвом викладача, у процесі якого студент опановує не тільки нові знання, але й технологію (технології), застосовує її на практиці для реалізації проекту та представляє проект на захист (можливо – за межами навчального закладу).
10. **Здобування знань через навчання інших** (Learning through Teaching). Застосування цього підходу є дуже ефективним, оскільки цей метод має одну важливу рису: основою його реалізації є відсутність авторитаризму викладача, а це є потужною мотивацією для студентів. Цей підхід вважається одним із найбільш ефективних у світовій практиці.

ТКНУЛШ2017

11. Концептуальною базою експіриєнтивного навчання є **особистісно-орієнтований підхід до навчання** (Personalizing Learning), який дає кожному студентові можливість реалізувати себе в пізнанні, навчальній діяльності, поведінці.

Досвід запровадження експіриєнтивного навчання

Концептуальна модель експіриєнтивного навчання пройшла апробацію у межах Всеукраїнського експерименту «Організаційно-педагогічні умови використання інформаційних комп'ютерних технологій у позаурочній діяльності учнів початкової школи» (2007-2012 рр.), методичною базою якого була навчальна програма «Прикладна інформатика» та відповідний комплект навчально-методичних матеріалів.

У процесі придбання досвіду одні люди осягають нову інформацію через сприйняття конкретних матеріальних відчутних якостей навколишнього світу, які діють на них при зануренні у реальність конкретної ситуації. Натомість інші сприймають нову інформацію через символьне представлення або абстрактну концептуалізацію – обмірковування, аналізування, систематичне планування. Аналогічно у процесі трансформації або усвідомлення інформації одні люди віддають перевагу спостереженню чужих дій, тоді як інші одразу починають діяти самі.

Ґрунтуючись на такій класифікації, студентів можна одразу розділити на дві основні категорії – «спостерігачі» і «експериментатори».

Подальшим етапом є спостереження стилів учіння.

Учіння розуміють як активну цілеспрямовану діяльність студента, яка полягає у засвоєнні знань, навичок та умінь, способів їх набуття, форм поведінки та видів діяльності.

Стиль учіння визначають як динамічну систему прийомів і способів реалізації учіння суб'єктом, що проявляється у відповідній навчальній поведінці, зумовленій комплексом його природних властивостей, особливостями пізнавальної сфери певними особистісними якостями, а також вимогами діяльності.

Експіриєнтивне навчання дозволяє виявити у студентів чотири основні стилі учіння: *дивергентний, асимілятивний, конвергентний і акомодативний*, що визначає в подальшому їх схильності до різних сфер діяльності.

Спостереження за процесом учіння студентів та визначення їх стилів учіння дозволяють визначити загальні потреби студентів, їх інтереси і схильності, емоційні особливості та можливі сфери самореалізації. Ці результати є підґрунтям для формування особистісно-орієнтованого підходу до виховання студента та виявлення його обдарованості.

Висновки

Експіриєнтивне навчання є ефективною освітньою технологією, оскільки залучає студента до навчально-пізнавальної діяльності на якісно новому рівні, спираючись на його нагальні освітні та

життєві потреби, стимулюючи його ініціативу та самооцінку. З огляду на вищезазначене експіриєнтивне навчання і експіриєнтивна діяльність студентів визначається як неперервний наскрізний процес набуття ними знань про навколишнє середовище їх існування, несприятливі фактори, що існують в цьому середовищі, а також формування відповідних вмінь ідентифікації, уникнення та запобігання впливу цих факторів, виховання навичок здорового способу життя, екологічної етики та духовного відношення до навколишнього світу через неперервну дослідницько-аналітичну практичну діяльність та накопичення власного досвіду.

Майбутнє нашої Землі знаходиться у руках сьогоднішніх дітей, і саме їх вірне цілеспрямоване, наскрізне, неперервне екологічне і ергономічне виховання є запорукою того, що у майбутній своїй професійній діяльності вони будуть дотримуватися принципів відновлення та збереження природних ресурсів та правил співіснування з усім живим на Землі. Тому еколого-ергономічне виховання студентів, починаючи з першого курсу, є першочерговою задачею, і найбільш доцільною його реалізацією є експіриєнтивний підхід до навчання, постійна активна неперервна цілеспрямована експіриєнтивна практична діяльність студентів.

ТКНУЛТ 2017

Використано матеріали статті Лариси Журавльової (канд.техн.наук ЦІТІТС м.Київ) про базові положення експірієнтивного навчання, методи та підходи до його організації, досвід запровадження на Україні.

ПРО МЕТОДИ ЗАЦІКАВЛЕНОСТІ СТУДЕНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

[1]Трусевич О.М., к. ф.-м. н., доцент, Гембара Т.В., к. т. н., доцент,
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, Львів.

Роль вищої математики у формуванні висококваліфікованих сучасних спеціалістів, як відомо, є однією із найважливіших з посеред інших навчальних дисциплін. Математика навчає логічному мисленню, раціональній пріорітетності та послідовності виконання потрібних операції. Недаремно Галілей сказав про математику наступне: «Філософія написана в найбільшій книзі, яка постійно відкрита вашому погляду, але зрозуміти її може лише той, хто спочатку навчиться розуміти її мову і тлумачити знаки, якими вона написана. Написана ж вона на мові математики».

Отож, виникає питання: яким чином зацікавити студентів до вивчення вищої математики? Методів є багато – це і використання історичних фактів, подій, відкриттів, розповіді про відомих математиків, їх біографії, їх наукові надбання та цікаві математичні відкриття загалом тощо. Зупинимося детальніше на методі зацікавлення студентів до вивчення математики, що полягає у тому, щоб безпосередньо показати застосування математичних знань та вмінь у реальному житті.

Розглянемо, наприклад, тему з вищої математики «Похідна за напрямком. Градієнт». Як відомо, механічний зміст похідної – це швидкість зміни функції, а за допомогою похідної за напрямком, можна встановити та обчислити швидкість деякого скалярного поля за напрямком, тобто в напрямку конкретного вектора. Якщо використовувати знання з даної теми, наприклад, при пожежі деякої території, можемо, обчислюючи похідну за напрямком, встановити «безпечною» (якщо швидкість за напрямком менша нуля) чи «небезпечною» (якщо швидкість більша за нуль) є пожежа в даному напрямку. Обчислюючи градієнт поля, ми встановимо максимальну швидкість поширення цього поля. Завдяки цим спостереженням зможемо мінімізувати матеріальні, людські втрати тощо. Якщо перевести дану інформацію на приклад із пожежею, то стане зрозумілим, в якому напрямку пожежі повинні першочергово працювати пожежники, рятувальники т.д.

Як видно, математика розв’язує конкретні задачі реального сьогодення. Тому широке використання методів математики, її апарату в різних наукових галузях дозволить поставити математику на служіння людству.

ІКНУ ЛТ 2017

ВИКОРИСТАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У МАТЕМАТИЧНІЙ ПІДГОТОВЦІ МАЙБУТНІХ ФАХІВЦІВ МАШИНОБУДУВАННЯ

Л.О. Якшина,
голова циклової комісії математики, інформатики та обчислювальної техніки, заст. голови обласного методоб'єднання викладачів математики Харківської області, *Харківський машинобудівний коледж*, м. Харків

Досвід роботи викладачів циклової комісії математики та інформатики Харківського машинобудівного коледжу.

Сучасне суспільство ставить перед освітою складне завдання: підготувати фахівця, який володіє не тільки певним багажем знань, але й здатного до постійного самовдосконалення, самоосвіти й адаптації до нових вимог. Тому пріоритетом розвитку освіти є впровадження сучасних інформаційно-комунікаційних технологій, що забезпечують доступність й ефективність освіти, підготовку молодого покоління до життєдіяльності в інформатизованому суспільстві.

Найвагомішим елементом базової підготовки сучасних фахівців є вивчення дисциплін математичного циклу. Зумовлено це тим, що кількісні методи впроваджуються практично в усі сфери діяльності людини. Озброєння студентів знаннями і навичками використання сучасних інформаційних технологій під час розв'язання конкретних прикладних задач є одним із найбільш перспективних шляхів підвищення ефективності навчання.

Для підготовки висококваліфікованих фахівців, які вільно володіють комп'ютерною технікою й уміло застосовують її у своїй виробничій діяльності, доцільно використовувати потужні математичні програмні засоби. Такий підхід дає можливість індивідуалізувати процес навчання і контролю рівня знань, а також широко впроваджувати дистанційне і самостійне навчання. Сучасний рівень інформаційних технологій дозволяє під час викладення традиційного матеріалу з математичних дисциплін використовувати професійні математичні пакети такі, як Matlab, Mathcad, Mathematica, Maple, Stadia, Statistica та інше.

Професійний математичний пакет можна розглядати як з точки зору педагогіки, так й інформатики.

З точки зору педагогіки він є «сучасним дидактичним засобом навчання, яке при проектуванні навчального процесу з прикладних курсів дозволяє нормалізувати та оптимізувати навчальний процес, надати йому якісно новий рівень».

Професійний математичний пакет з точки зору інформатики – це інформаційна технологія, призначена для автоматизації розв'язування математичних задач у різних галузях науки, техніки й освіти, яка інтегрує в собі сучасний інтерфейс користувача, систему аналітичних чисельних методів розв'язування достатньо широкого класу математичних завдань, засоби візуалізації результатів обчислення, що на стадії прийняття управлінських рішень дозволяє з більшою вірогідністю проаналізувати результати.

ТК ЕНУЗП 2017

Використання професійних математичних пакетів у навчанні математики забезпечує на якісно новому рівні реалізацію таких дидактичних принципів, як наочність, фундаментальність освіти, системність, міжпредметність, професійна спрямованість, випереджальне навчання.

Під час вивчення різних дисциплін викладачами нашого коледжу найчастіше використовується середовище Mathcad, яке забезпечує обчислення за складним математичним формулам, має великий набір вбудованих математичних функцій, дозволяє обчислювати ряди, суми, інтеграли, похідні, працювати з комплексними числами, вирішувати лінійні і нелінійні рівняння, а також диференціальні рівняння та системи, проводити мінімізацію і максимізацію функції, виконувати векторні і матричні операції, статистичний аналіз і таке інше. Таким чином, студенти отримують можливість використовувати знання одержані при вивченні дисципліни «Інформатика» для спрощення обчислювальних та досліджувальних процесів, перевірити правильність виконання завдань практичних, лабораторних робіт, обов'язкових домашніх завдань(ОДЗ) як з математики, так і з різних спецдисциплін, в курсових та дипломних проектах.

У процесі викладання дисциплін інформаційні технології можуть використовуватися в різних формах.

Основні напрямки роботи викладачів нашої комісії:

- мультимедійні сценарії уроків;
- перевірка знань під час занять;
- підготовка до спецкурсів;
- позаурочна діяльність викладачів;
- створення електронних підручників.

Велика увага приділяється створенню електронних підручників, які мають ряд, безсумнівно, позитивних властивостей, що вигідно відрізняють їх від традиційних підручників - текст підручника супроводжується великою кількістю слайдів і відеофрагментів, що підсилюють емоційно-особистісне сприйняття учнями досліджуваного матеріалу, використання такого підручника дозволяє зробити набагато більше, ніж за допомогою традиційних засобів, підвищити інтерес до предмета.

Існує дві основні технології створення електронних посібників:

Інтерактивний посібник - використовується на персональних комп'ютерах і поширюється на CD та DVD дисках.

Internet-посібник - посібник, який використовує веб-технології та може розміщуватися в глобальній комп'ютерній мережі.

Створення посібника за першою технологією вимагає глибоких знань з програмування, вміння користуватися пакетами графічних, відео- та аудіо-редакторів та ін. Зазвичай, створюється командою розробників.

Створити посібник та розташувати його в мережі Інтернет за другою технологією може людина, яка має мінімальні знання з інформатики і комп'ютерної техніки.

В посібниках, що створені за допомогою web-технологій можливо:

- Використовувати фото-, відео-, аудіо- матеріали, анімацію.
- Робити посилання не тільки на матеріал розділів посібника, але й на сторонні

ТКНУЛП 2017

джерела, сайти в мережі Інтернет.

- Розмістивши посібник в мережі Інтернет можна забезпечити його цілодобову доступність для студентів.

Опитування серед студентів 1-2 курсів нашого коледжу показало, що 95% студентів має вдома комп'ютер, а доступ до мережі Інтернет має майже 100% - через домашній чи мобільний Інтернет. При цьому, більшість студентів вважає, що робили б домашнє завдання краще, якби навчальні матеріали були доступні в мережі Інтернет і їх не треба було додатково шукати.

Спираючись на цю інформацію, в 2014 - 2015 навчальному році цикловою комісією математики та інформатики була розпочата робота по забезпеченню доступності навчальних матеріалів та підвищенню зацікавленості у вивченні математики за допомогою соціальної мережі Вконтакте. Таким чином створено групу «Математика в ХМК», яка була позитивно сприйнята студентами.

Але тільки можливостей соціальних мереж недостатньо, тому в 2015-2016 навчальному році була розпочата робота по підготовці створення Інтернет-посібника, який має більші мультимедійні можливості.

На даний момент закінчується робота над пробним посібником «Історія розвитку обчислювальної техніки», який буде цікавий студентам, що вивчають математику та інформатику. І в цьому навчальному році викладачами циклової комісії математики та інформатики також заплановано створення Інтернет-посібників з математики, матеріал до якого вже підібраний, та посібника з інформатики для студентів 2-го курсу. Після створення посібники планується розташувати в мережі Інтернет на безкоштовному хостінгу.

Цикловою комісією математики та інформатики створено також сайт циклової комісії, на яком розміщена інформація про викладачів циклової комісії, завантажені електронні матеріали для студентів, матеріали з використання інформаційних технологій для викладачів коледжу.

В планах комісії подальше наповнення сайту електронними матеріалами та посібниками; розміщення електронної математично-інформаційної газети «Інтеграл»; оголошень, підведення підсумків та новин з заходів, які будуть проводитися, як в комісії так і в коледжі. Сайт комісії також планується використовувати в виховній роботі, активному спілкуванні між студентами, їх батьками з класними керівниками та кураторами груп.

МЕТОД ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ВИВЧЕННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Трусевич О.М.
к. ф.-м. н., доцент, Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, Львів

Сучасний світ швидко змінюється, а разом з ним змінюються і його вимоги до нас. Стрімкий розвиток *IT* – технологій спонукає молодих людей ефективніше вивчати фундаментальні дисципліни. Очевидно, що вища математика займає одне

ТК НУ ЛП 2017

з найважливіших місць серед навчальних дисциплін, так як за допомогою її математичного апарату розв'язуються різноманітні прикладні задачі.

Виникає питання: яким чином підвищувати ефективність вивчення вищої математики? В [1] розглядалося дане питання при вивченні теми «Пряма на площині» з розділу вищої математики «Аналітична геометрія». Використання такого методу як математичний диктант підвищує продуктивність вивчення даної теми, її подальшого засвоєння та узагальнення врази. Особливістю застосування даного методу полягає в тому, що студентам запропоновано провести його на початку пари, а не, як зазвичай, на наступному занятті, в якості контрольного опитування.

Дану ідею використано до вивчення розділу «Аналітична геометрія», тобто до вивчення таких тем, як «Площина», «Пряма в просторі», «Криві другого порядку» та «Поверхні другого порядку». Ефективність занять та продуктивність студентів при вивченні даних тем зросли врази, адже студенти, вже знаючи формули, рівняння прямих, кривих чи поверхонь набагато легше сприймали новий матеріал, оперативно могли застосовувати ту чи іншу формулу, були учасниками процесу навчання, а не його слухачами.

Студенти не відразу позитивно сприйняли ідею проведення таких математичних диктантів, та вже після першого заняття вони змінили свою думку на протилежну. Один із найважчих розділів вищої математики виявився не таким вже й складним.

Отже, використання такого виду математичного диктанту дає суттєвий результат, підвищує ефективність вивчення дисципліни, бо зацікавлює самих студентів, що є високою оцінкою навчального процесу.

Список використаних джерел

1. Трусевич О.М. Про деякі види контролю при вивченні вищої математики. Тези XIX міжвузівської науково-практичної конференції «Методичні проблеми викладання математики у вищих навчальних закладах». - Львів.- 2015. – 34-35с.

РОЛЬ МОТИВАЦІЇ ДО ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН У СТУДЕНТІВ ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ

М.І. Кусій, к.пед.н., доц., О.В. Меньшикова, к.ф.-м.н., доц.,
Л.Ф. Дзюба, к.т.н., доц.,
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності. м.Львів

Основною метою навчального процесу у будь якому вищому навчальному закладі є створення умов для одержання якісної освіти, яка відповідає вимогам сучасного суспільства та світовим стандартам. Перед студентом стоять нові завдання, зумовлені сучасним ринком праці, які спонукають особистість задумуватися над тим «що я вивчаю?» і «для чого мені це потрібно?». Тобто процес навчання має бути мотивованим і професійно спрямованим. Байдужість студентів, нерозуміння заради чого їм потрібно вивчати ту чи іншу дисципліну, як вона пов'язана з майбутнім професійним і особистим життям, можна пояснити

ТКНУ ЛП 2017

недостатньою мотивацією навчальної діяльності. Мотивація є своєрідним орієнтиром для досягнення поставленої мети, а також рушійною силою, яка спонукає людину до дії. Досліджуючи процес вивчення математичних дисциплін студентами вищих навчальних закладів, стає очевидним, що першочерговим завданням викладача є створення на заняттях достатнього рівня мотивації. Якщо викладачі математики та математичних дисциплін будуть показувати як математичні методи поєднуються з основами і здобутками інших наук, то все це суттєво вплине на організацію навчального процесу і на структуру методичної системи навчання в цілому. Адже від того, як протікає навчальний процес залежить результат освіти, а як наслідок – професійно придатний фахівець.

Під мотивами навчання будемо розуміти внутрішні імпульси, які спонукають особистість до активної пізнавальної діяльності, спрямованої на засвоєння знань, вмінь і навичок. Від мотивів залежить ставлення студентів до навчання, яке може бути позитивним, негативним або байдужим.

Педагогіка і психологія розглядає кілька груп мотивів:

— соціальні (бажання утвердити свій соціальний статус, принести якнайбільше користі своїй країні, своєму народові);

— пізнавальні (бажання бути компетентним у різних галузях знань, задоволення від самого процесу пізнання);

— спонукальні (почуття обов'язку, відповідальності перед батьками, викладачами, наслідування певних людей);

— меркантильні (зумовлені матеріальною вигодою);

— професійно-ціннісні (відображають бажання студентів отримати ґрунтовну підготовку для ефективної діяльності в різних сферах життя)[2].

Розглянемо пізнавальні та професійно-ціннісні мотиви. Вони тісно пов'язані між собою. У розвитку пізнавальних мотивів перше місце посідає інтерес до знань і до процесу їх набування. І це не тільки зацікавленість змістом того, про що йдеться на занятті, а й інтерес до самого процесу набування знань, до виконування різного типу завдань, проведення спостережень, дослідів тощо.

Одним із шляхів джерел для розвитку професійно-ціннісних мотивів вважаємо зміст навчання, донесення до студентів практичної і теоретичної значущості матеріалу, що вивчається. Тому на заняттях з математичних дисциплін необхідно розв'язувати задачі, які показують зв'язок математики з вирішенням реальних задач, які можуть знадобитися в подальшому навчанні чи в професійній діяльності.

Наприклад при вивченні теми «Похідна» можна розв'язувати різноманітні задачі, однією з яких є така: При нагріванні тіла його температура змінюється в залежності від часу нагрівання t за законом $T = 0{,}6t^2$. З якою швидкістю нагрівається тіло в момент t=12 секунд?

Розв'язання: для розв'язання задачі використаємо формулу $v = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$, яка показує,що швидкість зміни функції при заданому x є границею її середньої швидкості для проміжку аргумента від x до $x + \Delta x$, коли $\Delta x \to 0$.

ПНУЯТ 2017

В момент t=12 температура тіла $T_1 = 0{,}6 \cdot 12^2 = 86{,}4$. В момент $t = 12 + \Delta t$ температура тіла $T_2 = 0{,}6 \cdot (12 + \Delta t)^2$. Тоді приріст температури ΔT за час Δt матиме вигляд $\Delta T = T_2 - T_1 = 0{,}6 \cdot (12 + \Delta t\ )^2 - 86{,}4 = 86{,}4 + 14{,}4\Delta t + 0{,}6(\Delta t)^2 - 86{,}4 = 14{,}4\Delta t + 0{,}6(\Delta t)^2$.

Звідси $\frac{\Delta T}{\Delta t} = 14{,}4 + 0{,}6\Delta t$. Частка $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ є середньою швидкістю нагрівання тіла за час від $t = 12$ до $t = 12 + \Delta t$.

Щоб визначити швидкість нагрівання тіла в момент t=12 секунд, знайдемо границю середньої швидкості нагрівання при умові, що $\Delta t \to 0$.

Отримаємо $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta T}{\Delta t} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} (14{,}4 + 0{,}6\Delta t) = 14{,}4$. Отже, в момент t=12 секунд тіло нагрівається на $14{,}4^0$ за одиницю часу. Це означає, що, якщо б, починаючи з моменту t=12 секунд, тіло нагрівалося рівномірно, то за кожну одиницю часу його температура збільшувалась би на $14{,}4^0$.

Під час вивчення теми «Диференціальні рівняння» можна розв’язувати задачі такого типу: До нижнього кінця вертикально закріпленої пружини жорсткістю *c* підвішують вантаж масою *m* і опускають його без початкової швидкості. Необхідно визначити як буде змінюватися рух вантажу у часі. В початковий момент часу пружина була недеформована.

На завершення зазначимо, що задачі таких типів дозволяють звести дослідження реального об'єкту до розв'язування суто математичної задачі, стимулюючи при цьому зацікавленість студентів та їхню мотивацію до вивчення математики. Сукупність таких методів в широкому розумінні називають "прикладною математикою", підкреслюючи цією назвою роль математики для процесу пізнання законів реального світу.

Хочемо зазначити, що прикладні задачі присутні майже у всіх видах спеціальностей (економіка, підприємництво, військова справа, цивільний захист, політика та ін.) Внесення в ці сфери точних знань допомагає обмежити «інтуїтивне моделювання», та внести застосування раціональних методів [3]. Задачі таких типів розширюють творчі можливості фахівця у вирішенні цілого ряду професійних завдань, істотно змінюють його професійну мобільність.

Такий підхід, дозволить підвищити пізнавальну активність тих, кого ми навчаємо, і таким чином сформувати мотивацію до вивчення математичних дисциплін.

Список використаних джерел

1. Семиченко В.А. Психологія педагогічної діяльності: навч.пос./ В.А. Семиченко.-: Вища школа, 2004.- 335с.

2. Т. Гладиш Формування мотивів і мотивації навчально-пізнавальної діяльності як психолого-педагогічна проблема./ Проблеми підготовки сучасного вчителя зб.наук. праць №6(Ч1),2012

3. Тацій Р.М., Кусій М.І., Боднар Г.Й. Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій школі: збірник наукових праць – Кривий Ріг, 2013. − Випуск 8. – С. 177-185.

ТКНУЕП 2017

МОВА СТУДЕНТА ВІДПОВІДАЄ РІВНЮ ЗНАНЬ СТУДЕНТА

Є.В. Черемних, д.ф.-м.н., професор,
Національний університет "Львівська політехніка"

Рівень знань студента можна оцінювати користуючись не тільки термінами "знає", "не знає", але і термінами, що характеризують мову студента. Розглянемо типові помилки про формулюванні студентами деяких понять теми "Системи лінійних рівнянь". Нагадаємо 7 термінів з даної тематики:

1. однорідна система – система, де права частина дорівнює 0;
2. вільні невідомі – частина невідомих, які мають довільні значення, тоді як інші невідомі однозначно визначаються значеннями вільних невідомих;
3. мінор елемента a_{ik} – визначних, одержаний викресленням і-го рядку та k-го стовпця даного визначника;
4. добуток матриць – матриця, елемент c_{ik} якої дорівнює добутку і-го рядка першого множника та k-го стовпця другого множника;
5. матриця – таблиця чисел над якою виконуються математичні дії;
6. ранг матриці – найбільший порядок мінора матриці відмінного від 0
7. лінійна незалежність векторів – тільки тривіальна лінійна комбінація дорівнює 0.

Наведемо декілька "недолучних" висловів, даних студентами стосовно термінів 1-7.

1. Студент: однорідна система – це система у якій всі невідомі дорівнюють 0;
2. Студент: вільні невідомі – це такі, які не розглядаються про розв'язку системи рівнянь;
3. Студент: мінор елемента a_{ik} – визначних, і-го рядку і k-го стовпця даного визначника;
4. Студент: добуток матриць це матриця яка множиться за правилом рядок на стовпчик;
5. Студент: матриця – це таблиця чисел над якою виконуються математичні дії;
6. Студент: ранг матриці – це порядок найбільших відмінних від 0 мінорів цієї матриці;
7. Студент: лінійна незалежність векторів – це множина векторів, які не утворюють тривіальних лінійних комбінацій, рівних 0

Прокоментуємо окремі приклади.

У прикладі 1 відповідь не має сенсу: якщо всі невідомі = 0 то значить вони відомі? Для чого тоді система?

У прикладі 2 немає розуміння процедури розв'язку, тоді як в прикладах 3 та 4 – неохайність, недбалість при використання термінів.

У прикладі 5 різниця між "правильним" і "неправильним" полягає у щаміні "якою" на "якими". Отже відповідь означає лише те, що над числами виконуються математичні дії!

У пункті 6 відповідь "науково-подібна", яле найбільший по значенню мінор може не мати найбільший порядок порівняно з іншими мінорами.

Нарешті, у прикладі 7 відсутні як граматичні правила, так і математичний зміст. Студентам треба підкреслювати, що вони повинні прагнути до мови точної

ТНУЛП 2017

за змістом, хоча, можливо, довільної за формою. Але точної і зрозумілої для самого себе! Треба звертати увагу на факти "запозичень" матеріалу з інших джерел (крім лекцій). Один студент дав таку письмову відповідь: "Границя функції – це фундаментальне поняття математичного аналізу, зокрема аналізу функцій дійсного змінного, число до якого прямує значення функції, якщо її аргумент прямує до заданої точки". Стедент, можливо, не підозрює, як він смішон, дописуючи незрозумілі для нього коментарі!

Проблема не тільки в тому, що свої знання студент подає недосконалою мовою. Проблема також в тому, що "правильну" мову до себе він іноді сприймає з труднощами. Поширений приклад – студент не може зрозуміти, як рухається на площині точка (u,y), якщо $u \to a$, $y \to b$. Не може об'єднати два різних процеси.

МЕТОДИЧНІ ПРИЙОМИ ФОРМУВАННЯ У СТУДЕНТІВ ПОНЯТТЯ ПОХІДНОЇ

І.П.Данчишин, викладач математики,
Технічний коледж Національного університету «Львівська політехніка»

Підходи у викладі питання формування у студентів поняття похідної здебільшого пов’язані з вибором задачі, на основі якої повинне розгортатись пояснення . Тут можливі такі випадки: а) пояснення будуються на основі задачі про дотичну до кривої;
б) пояснення будуються на основі задачі про миттєву швидкість нерівномірного руху;
в) пояснення будуються на основі двох цих задач.

В окремих підручниках перше ознайомлення з поняттям похідної пов’язується з задачею на побудову дотичної. У студентів створюється певний наочний образ похідної – це тангенс кута, утвореного дотичною і віссю ОХ.

Поняття дотичної може в окремих випадках гальмувати процес узагальнення способів розв’язування певного класу задач, розв’язування яких зводиться до однієї і тієї самої математичної операції, а саме до знаходження $\lim_{x_1 \to x_0} \frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}$. Отже, виклад, який ґрунтується лише на задачі про дотичну , може створити у учня однобічне уявлення про похідну як засіб знаходження кутового коефіцієнта дотичної до кривої в даній точці.

Аналіз навчально-методичної літератури та досвід роботи показує, що в основному формування у студентів поняття похідної треба покласти і задачу про швидкість нерівномірного руху і задачу про побудову дотичної до кривої.

Доцільно спочатку розглянути лише задачу про миттєву швидкість, а тоді лише розглянути задачу на побудову дотичної.

Геометричне тлумачення похідної не таке важливе при введенні формул для обчислення похідних, як при дослідженні функцій за допомогою похідної.

Тому при вивченні похідної та її застосування спочатку вводиться поняття похідної, способи її обчислення та розв’язування задач на обчислення швидкості

зміни функції по відношенню до зміни аргументу. А лише тоді приділити увагу геометричному змісту похідної, дослідженню функцій за допомогою похідної, побудові графіків, та застосуванню до наближених обчислень.

Задачу про швидкість зручно спочатку ставити по відношенню до часу, а потім ця задача узагальнюється і ставиться по відношенню до будь якої змінної величини.

Похідна розглядається як швидкість зміни функції по відношенню до зміни аргументу.

Геометричне тлумачення похідної, теж повинне зв'язуватись з швидкістю зміни функції по відношенню до зміни аргументу. Кутовий коефіцієнт $tg\,d$ дотичної до кривої $y = f(x)$у точці $M(x_0; f(x_0))$ дорівнює границі відношення приросту ординати точки дотику ΔY до приросту абсциси ΔX цієї точки, коли ΔX→0.

Коли цю границю знайдено, то можна знайти кутовий коефіцієнт $tg\,d$ дотичної до кривої в точці $M(x_0; f(x_0))$.

Розв'язання задачі на визначення коефіцієнта дотичної має переконати учнів у тому, що коли функція $y = f(x)$ диференційована на всьому проміжку її області визначення, то до кривої $f(x)$ в кожній її точці можна побудувати дотичну і що задачі на побудову дотичної до кривої зводяться фактично до задач на знаходження похідної функції.

Важливо також пояснити, чому $f'(x)$ є функцією від x. Відповідно до означення границі, похідна $f'(x)$ є числом, коли x вважається фіксованим. Але під x можна в той же час розуміти будь-яку точку, в якій похідна існує; отже, границя $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ залежить від того, яке саме значення x ми будемо брати. Для кожного значення x існує єдине значення $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$. Отже, $f'(x)$ є функцією від x.

Розглядання різноманітних прикладів застосування поняття похідної в механіці, фізиці, хімії допоможе студентам усвідомити це важливе поняття.

ГАРМОНІЯ. КРАСА. ЖИТТЯ.

Сценарій розважально-пізнавальної шоу-програми.

Л. Жиленко, С. Федочинська,
Техніко-економічний коледж Національного університету "Львівська політехніка"

Мета: *виявити необмежені властивості всебічного розвитку особистості студентів, поглиблювати знання з предметів природничо-математичного циклу, розвивати цілісне сприйняття навколишнього світу, яке є передумовою формування наукового світогляду, формування інформаційних компетентностей студентів*

Хід заходу *(скорочений сценарій)*

Ведучий: Краса — основна позитивна форма естетичного освоєння дійсності. В ній знаходить своє безпосереднє відображення естетичний ідеал. Найбільш близькі за значенням поняття: гармонійне, досконале, прекрасне, гарне, вродливе, яскраве.А що таке краса на твою думку?

Ведуча: Раніше я ніколи особливо не замислювалась на цим. Як ти думаєш, що було б , якби в нашому житті не стало краси? Краси навколишньої нас природи, краси музики, краси людської душі?

ТК НУЛП 2017

Ведучий: Ого! Сіренька картина вимальовується.

Ведуча: Хіба можна уявити собі життя без ранкового сходу і вечірнього заходу сонця, без доріжки місячного срібла на темній гладі моря, без тремтячої краплі роси на зеленому листі, без чарівно-казкової сніжинки на рукавиці. Без усього, що змушує нас знову і знову казати: «Боже мій, яка краса»

Ведучий: *Буває часом сліпну від краси.*
Спинюсь, не тямлю, що воно за диво, --
Оці степи, це небо, ці ліси,
Усе так гарно, чесно, незрадливо,
Усе як є – дорога, явори,
Усе моє – все зветься Україна.
Така краса, висока і нетлінна,
Що хоч спинись і з Богом говори. (Л.Костенко)

Ведуча:Як гарно! То ти романтик?!

Ведучий: Я думаю, краса – це доволі суб'єктивне поняття. В дитинстві ми захоплювались красою метелика, барвами, візерунком на йо-го крилах. З віком краси усе більше і більше хоче наша душа, мріємо зустріти у своєму житті якнайбільше людей із красою в душі. Про красу так багато написано, нею захоплювалися в усі часи. Може це приваблива зовнішність, може краса природи, а може любов?

Ведуча: Але, на мій погляд, краса – це насамперед гармонія. Гармонія у всьому: у зовнішності, у душі, в природі, в любові.

Ведучий: А я думав, що Гармонія – це донька бога війни Арея та богині краси Афродіти з відомого античного міфу.

Ведуча: Знову Інтернет. Давайте придивлятися до себе і до навколишніх і тоді ми побачимо багато прекрасного в нашому одноманітному житті, адже «краса врятує світ»- чи не так?

Ведучий: А зараз - про красу під мікроскопом (презентація з хімії)

Ведуча: Щоб таке створити, дійсно потрібно бути Творцем. Як гадаєш, яка з наук може дати пояснення прекрасному, що нас оточує?

Ведучий: Не думаю, що це хімія, попри досконалі форми кристалів хімія не пояснює причин їх красивого вигляду.

Ведуча: Погоджуюсь, а як щодо біології?

Ведучий: Тут прикладів не менше, а от з поясненням – аналогічно.

Ведуча: Ти чув про «Золотий перетин» , або «Золоту пропорцію»?

Ведучий: ?! Це якісь модні ювелірні вироби?

Ведуча: Формулу і поняття «Золотого перетину» ввів Леонардо да Вінчі і творив красу за цим принципом, який застосовується в архітектурі і мистецтві. Він казав «красиві речі роблять красивою душу». Послухаємо доповідь з математики про «золотий переріз».

Ведучий: Математика вносить свою логічну нотку в бачення красивого. Але, як говорив Паскаль: «Об'єкт математики настільки серйозний, що слід не пропускати нагоди зробити його трохи цікавішим».

Ведуча: Про пропорційність людського тіла і роль «золотого перерізу» при визначенні досконалих форм - презентація .

Ведучий: Це - початок знайомства з прекрасним. Захоплюючись чимсь , промовляємо «яка гармонія» або «як гармонійно». Термін «гармонія» відомо ще з часів Аристотеля і Платона. Гармонія включає в себе п'ять функцій формотворення в природі: цілісність, пропорційність, наявність симетрії, ритму та узгодженості в цілому.

Ведуча: Справді,симетрія викликає відчуття захоплення, вносить впорядкованість в різноманіття природних структур. Мало бачити, що відбувається в природі, що оточує, треба уважно вдивлятися.

Ведучий: Як відбувається втілення порядку і гармонії в живій природі побачимо в презентації з біології.

ПКІУ ЛІЦ 2017

Ведучий :Давно хотів зробити тобі подарунок (виймає з-за спини кактуса). Дуже мила і невибаглива в догляді рослинка, а форма яка!!! Ідеальна з точки зору математики. З усіх тіл з однаковим об'ємом куля, до речі, має найменшу площу поверхні.
Ведуча: Не сумніваюся в твоїх математичних здібностях, але надалі запам'ятай – дівчата люблять квіти, поезію, танці, а не кактуси.
Ведучий : Нещодавно вчені з італійського міста Барі експериментально довели, що краса знижує … рівень болю. Учасників дослідів чутливо вдаряли лазерним променем. Ті, хто в цей час бачили витвори мистецтва – Леонардо і Ботічеллі, відчували значно менший біль, ніж ті, у кого перед очима була чорна стіна, потворна картина.
Ведуча: Думаю,мені в такому випадку ніяка картина не допоможе.
Бо я, коли знаю, що буде боляче, завжди замружую очі.
Ведучий: Ще з одна «сфера впливу» симетрії (презентація з фізики).
Ведуча: (співає) Весна іде красу несе, а тій красі радіє все…
Ведучий: Це доповідь з фізики тебе на романтичний лад надихнула?
Ведуча: Але ж краса звуку, співу, мелодії – це теж гармонія.
Ведучий: Погоджуюсь. Тому зараз -ПІСНЯ!
Ведуча. Феномен краси звуків намагався розшифрувати ще Піфагор. Послухаємо про історію створення нотних гам.
Ведуча: Учені з університету м. Сіеттла (США) встановили, що періодичне прослуховування творів Моцарта знижує артеріальний тиск. Його «Чарівна флейта » створена за законами небесної гармонії.
Ведучий: А гучно ввімкнена «Металліка» піднімає тиск !
Ведуча: Зараз - про красу віршованого слова.
Ведучий: Уся ця продуманість, виваженість у природі захоплює. Невже це могло створюватись стихійно?! Так , природа є розумною: без розуму хаос не зміг би стати гармонією і красою.
Ведуча: *Життя в гармонії з красою,*
З людьми, з природою і світом.
Спокійно йде чи крутизною,
А є гармонія – є світло!
Ведучий: Невже тільки все, що має правильні форми є красивим?
Відомо, що у людини далеко не пропорційна зовнішність, але це ж не заважає захоплюватись і проявляти симпатію один до одного.
Ведуча: Так, абсолютизація однієї ідеї не може привести ні до чого хорошого. «Краса неправильна», асиметрія, стала пробивати собі дорогу в мистецтві. Істинну красу можна осягнути тільки в єдності протилежностей. Ось чому саме єдність симетрії і асиметрії визначає сьогодні внутрішній зміст прекрасного. Симетрія сприймається нами як спокій, скутість, закономірність, тоді як асиметрія означає рух,свободу, випадковість.
Ведучий: До чого ти хилиш, ЮЛЮ?
Ведуча: Надумала поміняти трішки стиль в одязі, зачіску. (жартівливе обговорення стилів одягу і стрижок під супровід слайдів)
Ведучий: Ні ,краще вже краса народного одягу: тут тобі в вишиванці і краса, і симетрія, і гармонія кольорів.
Ведуча: Добре,обмежуся манікюром. Тепер асиметрія і тут бере верх. Поглянь яка фантазія в майстрів.
Ведучий: Мета таких перевтілень -виділитися з натовпу, привернути до себе увагу. Щоб по-справжньому сподобатись комусь , треба дбати про внутрішню красу. Духовна краса людини – це теж гармонія. Тільки на відміну від краси матеріальної її важче перевірити алгебраїчними розрахунками, якщо взагалі це можливо. Тут відносини існують не між лініями, а між живими істотами. Тому ці відносини мають будуватись на моральних принципах. Найкращим їх поєднанням є взаємне кохання…
Ведуча: Так що таке краса, чому вона так захоплює, притягує погляд, увагу? Чому абсолютно «нецивілізовані» , на наш міський погляд, селяни завжди прикрашали своє житло і будували хату відповідну до дерев, що росли у їх місцевості?

ІКНУ ЛП 2017

Ведучий: Здається я знаю відповідь на твоє питання.
Ведуча: Знову Інтернет?
Ведучий: Селяни інтуїтивно відчували гармонійність всього живого, що не бореться з законами природи, а дотримується їх.
Ведуча: Молодець! Сподіваюся і ви зробили правильні висновки із сьогоднішнього вечора.
Ведучий: Зичимо вам приємних зустрічей, хороших знайомств та яскравих вражень.
Ведуча:Живіть в гармонії з собою та навколишнім світом!

ЗАСТОСУВАННЯ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ У ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧАХ

Х.Б. Шеремет, *викладач математики*,
Технічний коледж Національного університету «Львівська політехніка»

ТК НУЛП 2017

У процесі історичного розвитку взаємозв'язок математики з іншими науками був неоднаковим. Одні науки систематично і ґрунтовно використовують математичні методи, інші – лише поверхнево. Істотний вплив на глибину та характер цих взаємозв'язків мали рівень розвитку математичного апарату і ступінь зрілості тієї науки, в межах якої передбачається застосування математики.

Загальновідомо, що математичні моделі давно і з успіхом використовуються в економіці , електротехніці, програмуванні тощо.

Розглянемо типові прикладні задачі, при розв'язуванні яких використовується алгебра матриць.

1. Матриці в моделюванні мереж (матричний запис)

Матриці використовують для опису електричних мереж, потоків на шляхах, виробничих процесів тощо.

Мережу, зображену на (рис.1) складає 5 віток або ребер (тб. з'єднань пронумерованих 1,2,3,4,5,) та 4 вузли (тб. точок, де дві або більше віток сполучаються) з одним заземленим вузлом (на кожній вітці стрілкою вказаний напрям).

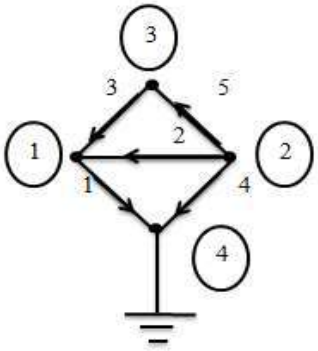


Рис.1

Мережу описують за законом «вузлової інцидентної матриці» $A = (a_{ij})$ розміром 4×5, де

$$a_{ij} = \begin{cases} +1, \text{якщо вітка } j \text{ виходить з вузла } i, \\ -1, \text{якщо вітка } j \text{ входить у вузол } i, \\ 0\ , \text{якщо вітка } j \text{ незв'зана з вузлом } i. \end{cases}$$

А саме:

$$\begin{array}{l} \text{вітка} \\ \text{вузол 1} \\ \text{вузол 2} \\ \text{вузол 3} \\ \text{вузол 4} \end{array} \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5} \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Цифрова фотографія (додавання матриць)

Усі зображення, які можна побачити в мережі Інтернет, створені або опрацьовані за допомогою комп'ютера (одержані, наприклад, з цифрового фотоапарата або скановані) і збережені в цифровому форматі, мають тисячі або й мільйони маленьких квадратиків, які називають пікселями. Пікселі одержують поділом будь-якого зображення сіткою. Комп'ютер може змінювати яскравість кожного пікселя сітки.

Розглянемо, наприклад, літеру Х (рис. 2.1) , яка зображена за допомогою 9 пікселів у сітці 3х3 . Розгляньмо чотири відтінки: білий, світло-сірий, голубий та темно-синій і занумеруймо їх 0, 1, 2, 3 відповідно (рис.2.2).

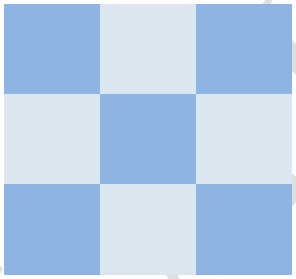


Рис.2.1

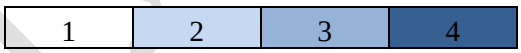


Рис.2.2

Розглянемо матрицю, яка відповідає цифровій фотографії літери Г , кожний елемент якої відповідає використаному відтінку:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Щоб збільшити контрастність фотографії (рис.2.3) (голубий відтінок літери перетворити на темно-синій, тобто збільшити на одиницю, а світло-сірий на білий, тобто зменшити на одиницю), до матриці фотографії треба додати матрицю

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Тоді сума матриць буде

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

ТК НУ ЛП 2017

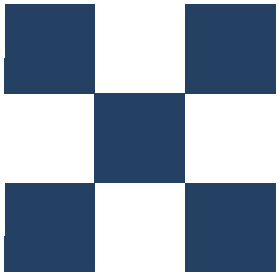


Рис.2.3

3. Мережевий потік

Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) природно виникають під час вивчення потоку деякої величини через мережу. Наприклад, це можуть бути потоки автотранспорту в міських транспортних мережах, потоки електричного струму в енергетичних мережах або потоки певного товару від постачальника до споживача у торгівельних мережах. Системи рівнянь, за допомогою яких вивчають реальні мережі, можуть містити до сотень, тисяч або й більшої кількості рівнянь і невідомих.

Мережу складають множина вузлів і множина віток, які сполучають усі або деякі вузли. Наприклад, перехрестя вулиць – це вузол, а вулиці – це вітки. На кожній вітці вказують напрям потоку, а його величину позначають деякою невідомою.

У задачах на мережевий потік припускають, що:

1. загальний вхідний потік в мережі дорівнює загальному вихідному потоку з мережі;

2. загальний вхідний потік у вузлі дорівнює загальному вихідному потоку з вузла.

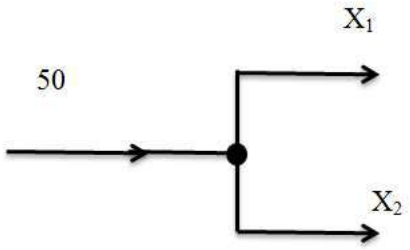


Рис.3

На (рис.3) зображено, що 50 одиниць надходить через вітку і x_1 та x_2 одиниць виходять з вузла через інші вітки.

Оскільки потік зберігається в кожному вузлі, то одержимо рівняння

$$x_1 + x_2 = 50$$

Задача мережевого аналізу полягає у визначенні величини потоку в кожній вітці, за певних умов, якщо відомі вхідні та вихідні потоки.

Розглянемо, наприклад, електричну схему, що містить чотири резистори і два джерела напруги (рис.4)

ТКНУ ДП 2017

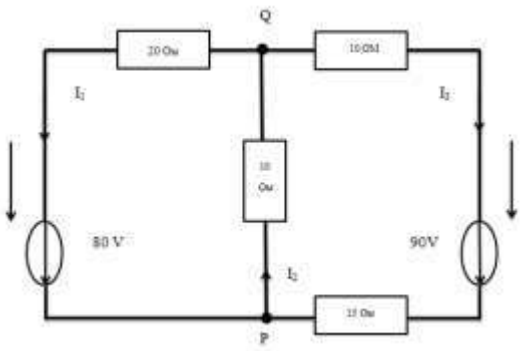


Рис.4

Напрями струмів $I_1, I_2,$ та I_3 вказано на кожній ділянці кола стрілками.

Струми визначають за законом Ома

$U = I \cdot R$

а також за першим і другим законами Кірхгофа:

1. у будь-якій точці кола сума вхідних струмів дорівнює сумі вихідних струмів, тобто *алгебраїчна сума струмів у вузлі дорівнює нулю* (закон струмів)

$$\sum I_n = 0$$

2. у будь-якій петлі сума всіх падінь напруги дорівнює ЕРС (закон напруг)

$$\sum I_n \cdot R_n = \sum E_m$$

Застосовуємо закони Ома та Кірхгофа до розглядуваного кола:

Вузол P : $I_1 - I_2 + I_3 = 0$

Вузол Q : $-I_1 + I_2 - I_3 = 0$

Права петля : $10I_2 + 25I_3 = 90$

Ліва петля : $20I_1 + 10I_2 = 80$

Оскільки рівняння для вузлів P та Q пропорційні, то залишається лише одне з цих рівнянь. В результаті маємо систему :

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ 20I_1 + 10I_2 = 80 \\ 10I_2 + 25I_3 = 90 \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ 2I_1 + I_2 = 8 \\ 2I_2 + 5I_3 = 18 \end{cases}$$

Її зручно розв’язати або методом Гаусса, або методом Крамера. В результаті отримаємо :

$I_1 = 2A, \quad I_2 = 4A, \quad I_3 = 2A$

4. Кодування і декодування повідомлень

Розглянемо спосіб закодування повідомлення на конкретному прикладі. Нехай кожній літері латинського алфавіту ставлять у відповідність її порядковий номер: $A = 1, B = 2, C = 3, D = 4, E = 4, \ldots Z = 26,$ а прогалину кодують як 0.

Наприклад, числовий еквівалент слова MATH є 13;1;20;8. Числовий еквівалент повідомлення потім перетворюють на матрицю, записуючи числа у стовпці. Шляхом множення матриці повідомлення на невироджену, а ,отже

ТНТУ ІПТ 2017

оборотну матрицю A, кодують повідомлення. За допомогою оберненої матриці A^{-1} можна розкодувати повідомлення.

Закодуймо повідомлення

$GAME$

Для цього розглянемо такі кроки:

1. записуємо повідомлення за допомогою чисел

$7;1;13;5$

2. записуємо матрицю по стовпцях і формуємо квадратну матрицю (а у випадку, якщо не вистачатиме натуральних чисел для формування квадратної матриці, заповнюють числове повідомлення наприкінці нулями):

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 13 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

3. множимо будь-яку не вироджену матрицю, нехай $K = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, на матрицю A. В результаті дістаємо криптограму

$$Z = K \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 13 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 11 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$$

4. таким чином закодоване повідомлення має вигляд

$11;6;11;8.$

А зараз розкодуємо одержане повідомлення.

1. знайдемо обернену матрицю до кодувальної матриці $K = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

$\det K = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2 + 3 = 1$, тоді $K^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

2. множимо декодувальну матрицю K^{-1}на закодовану матрицю Z, дістаємо матрицю повідомлення:

$$K^{-1} \cdot Z = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 11 & 11 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 13 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = A$$

3. записуємо кінцевий результат у вигляді числового повідомлення

$7;1;13;5$

і його літерний оригінал

$GAME$

ПОВТОРЕННЯ ВИВЧЕНОГО ЯК НЕВІД'ЄМНА СКЛАДОВА У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

Л.П. Бабич, викладач математики,
Технічний коледж Національного університету "Львівська політехніка"

Процес навчання математиці неможливий без належної організації повторення вивченого матеріалу. Необхідність повторення обумовлена завданнями навчання, що вимагають міцного і свідомого оволодіння знаннями.

У процесі повторення у студентів розвивається пам'ять. Емоційна пам'ять, яка спирається на наочно-образні процеси, поступово поступається пам'яті з логічними процесами мислення, яка базується на умінні встановлювати зв'язок між відомими і невідомими компонентами, зіставляти абстрактний матеріал, класифікувати його, обґрунтовувати свої висловлення.

ТКНУЛП 2017

Повторення навчального матеріалу з математики є доцільним як при актуалізації знань — на етапі підготовки і вивчення нового матеріалу, так і при закріпленні раніше вивченого, а також при організації самостійних робіт різних видів та при перевірці знань студентів.

З досвіду роботи розрізняю такі ***види повторення пройденого матеріалу***: повторення на початку навчального року; поточне повторення раніше вивченого в зв'язку з вивченням нового матеріалу або без такого зв'язку; тематичне повторення; заключне повторення.

При плануванні повторення підбираю матеріал, встановлюю послідовність і час повторення, розподіляю підібраний матеріал по заняттях, продумую форми і методи для здійснення повторення. Певна річ – при цьому варто враховувати і властивості пам'яті.

Одним з найважливіших моментів в організації повторення є ***визначення часу: коли повторювати?*** Осягнути нові математичні істини можна тільки тоді, коли маєш на озброєнні весь раніше вивчений математичний арсенал. З огляду на це намагаюся навчати студентів нового, повторюючи, і повторювати, вивчаючи з ними нове.

Вибір тем для повторення в кожному окремому випадку здійснюю на підставі загальних теоретичних знань, але з урахуванням того, наскільки засвоєний студентами матеріал відповідних розділів.

Характер навчального заняття в зв'язку з переходом учнів зі школи до навчання, наприклад, в коледжі, значно змінюється порівняно з уроком. Істотною є й перебудова закріплення і повторення навчального матеріалу. Збільшується обсяг фактичного матеріалу, що виноситься на закріплення і повторення; поурочне закріплення часто переходить в тематичне або переростає в узагальнююче повторення, збільшується частка самостійності студентів при закріпленні та повторенні. Саме тому успіх повторення значною мірою ***залежить від вдалого вибору питань для повторення***. Попри інші значні рекомендації класичної педагогіки, найчастіше притримуюся наступного:

Повторювати ґрунтовно треба головне і найважче. При доборі матеріалу для повторення необхідно враховувати ступінь його зв'язку з новим матеріалом.

Ще одним важливим моментом в організації повторення є ***вибір його методів і прийомів***, адже вони завжди мають перебувати в тісному зв'язку з видами повторення. По можливості їх треба урізноманітнювати, щоб усунути протиріччя, які виникають через відсутність бажання в частини студентів повторювати те, що ними вже було раніше засвоєно. Для підвищення інтересу та активності студентів при повторенні старий матеріал бажано розглядати з інших точок зору, встановлювати нові логічні зв'язки та обов'язково стимулювати самостійну роботу студентів.

Різні види повторення тісно взаємодіють. Від своєчасного й успішного проведення одного з видів повторення, залежить тривалість і успішність повторення іншого. Так, ***при повторенні на початку навчального року*** перевагу варто надати повторенню тем, безпосередньо пов'язаних з новим навчальним матеріалом. Саме повторення можна проводити як в аудиторії, так і вдома. Складніший матеріал - повторяти в аудиторіїі, а простіший - дати додому для самостійної роботи.

Поточне повторення в процесі вивчення нового матеріалу допомагає встановлювати органічний зв'язок між новим матеріалом і раніше пройденим та є складовою і невід'ємною його частиною. Питання і вправи при цьому можна брати з різних розділів програми. Поточне повторення можна проводити як на початку чи вкінці уроку, так і під час опитування. Часто доводиться доповнювати його ще й ***супутнім повторенням***, яке стає органічною частиною багатьох занять. Необхідність використання супутнього повторення залежить від стану знань студентів у даний момент.

У процесі роботи над навчальним матеріалом з математики дуже важливим є повторення кожної закінченої теми чи цілого розділу. Через ущільнення тем у навчальних програмах не завжди вдається віднайти можливість для спеціальних занять, на яких концентрується та узагальнюється матеріал окремої теми. Викладач повинен має передбачити узагальнюючий

ТК НУ ЛП 2017

характер питань для тематичного повторення таким чином, щоб основний матеріал охопити в меншій кількості питань, пропонованих студентам.

Повторення на своїх заняттях проводжу шляхом бесіди із широким залученням до неї студентів. Після цього студенти одержують завдання повторити певну тему і нагадування про необхідність написання контрольної роботи з теми.

Після виконання контрольної роботи здійснюю стислий аналіз характерних помилок і організовую повторення для їх усунення.

Повторення, що проводиться на завершальному етапі вивчення основних питань курсу математики і здійснюване в логічному зв'язку з вивченням навчального матеріалу з даного розділу чи курсу в цілому, дістало назву ***заключного повторення***.

Як на мене, цілі тематичного і заключного повторення аналогічні, відбір істотного матеріалу дуже близький, а прийоми повторення переважно ті ж самі. Проте заключне повторення переслідує деяку перебудову й інший підхід до вже вивченого матеріалу, приєднання до повторюваного матеріалу нових знань, що допускаються програмою з метою його поглиблення. Завдяки йому студенти встановлюють більш широкі логічні зв'язки між темами і розділами та розпізнають ідеї, що лежать в основі навчальної дисципліни.

Тільки постійне включення нових знань у систему попередніх знань може забезпечити якісне засвоєння математичних істин. Повторення раніше вивченого матеріалу необхідне як для студентів з метою поглиблення, зміцнення і систематизації своїх знань з математики, так і для самого викладача з метою вдосконалення методів навчання і збільшення ефективності своєї праці.

ТРИ ЗАДАЧІ З НАТУРАЛЬНИМ РЕЗУЛЬТАТОМ

В.М. Шаваровська, викладач математики,
Технічний коледж Національного університету "Львівська політехніка"

На вступних заняттях з електротехніки виникає потреба підбирати різноманітні натуральні значення паралельно підключених в електричну систему опорів x та y так, щоб значення загального опору схеми z, яке обчислюється за формулою

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{z},$$

також було натуральним.

Для цього можна застосувати **два способи**.

I. Використати тотожність $\frac{1}{a(a+b)}+\frac{1}{b(a+b)}=\frac{1}{ab}$, де a і b – довільні натуральні числа.

II. Вибрати будь-яке натуральне значення $z=n$, взяти довільну пару (α і β) множників числа n^2 ($n^2=\alpha\cdot\beta$), тоді при $x=\alpha+n$, $y=\beta+n$, одержимо $z=n$.

Якщо ті ж числа $x=\alpha+n$, $y=\beta+n$, $z=n$, є довжинами ребер прямокутного паралелепіпеда, то довжина діагоналі цього паралелепіпеда є $d=\alpha+\beta+n$.

Із тих же значень x, y і z формується Геронова тріада $(a,\ b,\ c)$ сторін трикутника

$$a=y^2+z^2,\ \ b=x^2+z^2,\ \ c=x^2+y^2.$$

ТКНУЛП 2017

Легко перевірити, що при цьому півпериметр трикутника p буде чисельно дорівнювати квадрату діагоналі d прямокутного паралелепіпеда з ребрами x, y і z, тобто $p = d^2 = x^2 + y^2 + z^2$, а площа трикутника $S = xyzd$.

Приклад підбору даних відразу до трьох задач для одержання натуральних результатів.

Нехай $z = n = 6$, тоді $n^2 = 36 = 1 \cdot 36 = 2 \cdot 18 = 3 \cdot 12 = 4 \cdot 9 = 6 \cdot 6$. Розглянемо варіант $\alpha = 2$, $\beta = 18$. Тоді *для задачі про опір схеми*:

$$x = 2 + 6 = 8, \quad y = 18 + 6 = 24, \quad z = 6.$$

Для прямокутного паралелепіпеда:

$$x = 8, \quad y = 24, \quad z = 6, \quad d = 2 + 18 + 6 = 26.$$

Для Геронового трикутника:

$$a = 24^2 + 6^2 = 612, \quad b = 8^2 + 6^2 = 100, \quad c = 8^2 + 24^2 = 640,$$
$$p = 8^2 + 24^2 + 6^2 = 676, \quad S = 8 \cdot 24 \cdot 6 \cdot 26 = 29952.$$

ДОСЛІДНИЦЬКО-ПОШУКОВА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ НА ТЕМУ “ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ НА ЗНАХОДЖЕННЯ НАЙБІЛЬШИХ І НАЙМЕНШИХ ЗНАЧЕНЬ РЕАЛЬНИХ ВЕЛИЧИН”

О.П. Калічун, викладач математики,
ЛТЕК НУ ЛП, місто Львів

У розділі “Похідна та її застосування” ми ставимо за мету навчити студентів диференціювати функції та досліджувати їх властивості за допомогою похідної. Розкрити область застосування похідної, показати, що похідна - засіб дослідження процесів дійсності і сучасного виробництва – мета цієї дослідницько-пошукової роботи.

Виконання цієї роботи передбачає володіння такими навичками, як дослідження функції на екстремум, обчислення площ поверхонь та об’ємів тіл обертання. Особливо корисною і цікавою ця робота є для студентів-економістів другого курсу під час повторення теми “Дослідження функції за допомогою похідної”.

Завдання роботи передбачають співпрацю студентів у групах (по 4-5 чоловік). Кожна група отримує завдання дослідити певний об’єкт і прозвітувати про результати своєї роботи. Форма звіту – на вибір групи. Це може бути усний виступ чи комп’ютерна презентація. Обов’язкова вимога – ілюстрація процесу дослідження та розрахунків.

Хід дослідницької роботи має кілька етапів:

1. Група студентів отримує завдання знайти в магазині продукт, упакований в банку циліндричної форми (рибні консерви, згущене молоко, дезодорант-аерозоль, лак до підлоги тощо).
2. Визначити розміри циліндричної банки: діаметр (*D*), радіус (*R*), висоту (*H*) та обчислити її об’єм

ТЕКНУЛП 2017

$$V = \pi R^2 H \qquad (1)$$

і площу поверхні

$$S_{пов} = S_{біч} + 2S_{ос} = 2\pi R(R + H) \qquad (2)$$

3. Для знайденого об'єму дослідити, якими мають бути розміри банки, щоб площа поверхні була мінімальною.

Нехай діаметр основи циліндра – $\boldsymbol{x}$ см, $R = \frac{x}{2}$ см, тоді з формули (1) $H = \frac{4V}{\pi\ x^2}$ см.

За формули (2) $S(x) = \frac{4V}{x} + \frac{\pi x^2}{2}$ – функція повної поверхні циліндра, для якої знаходимо точку мінімуму і мінімум.

$S'(x) = -\frac{4V}{x^2} + \pi x$, $-\frac{4V}{x^2} + \pi x = 0$, $x = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$ – критична точка. Знаки похідної зліва і справа від критичної точки свідчать, що це точка мінімуму.

Отже, площа поверхні циліндричної банки буде мінімальною, якщо $D = H = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$. Саму ж оптимальну площу порахуємо: $S_{\min} = S\left(\sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}\right)$.

4. Зробити висновок про раціональність використання жерсті (чи іншого матеріалу) для упакування цього продукту.

Крім того, пропоную студентам дати відповіді на наступні запитання

-Чому банки для консервації, згущене молоко мають такі форми, що вміщують найбільший об'єм, а пластикові пляшки для води ні?

-Чому шпроти не пакують в більш економічні банки?

-Чому в косметичній промисловості дуже нераціонально використовується жерсть?

-Чому людині найбільше гармонічнішими здаються прямокутні форми ("золотий перетин")? Як часто можна побачити банки, осьовий переріз яких квадрат?

-Жінки купують форму чи об'єм? (а чоловіки?)

Наведу приклад одного змістовного, на мій погляд, висновку, який зробили студенти після виконання цієї дослідницько-пошукової роботи.

ТК НУ ЛП 2017

“Нераціональне використання жерсті в косметичній промисловості в основному здійснюється через так звані маркетингові ходи підприємств ,щоб продати якомога більше своєї продукції. Адже покупця найчастіше приваблює гарний вигляд товару. В нашому випадку, із косметичною промисловістю, жерсть – це той матеріал, з якого можна виготовити посудину для косметики будь-якої форми та розмірів, щоб зацікавити цим товаром якнайбільше покупців. Також жерсть – матеріал доволі дешевий, тож виробництво товарів із неї не потребує великих витрат, а прибуток відносно цих витрат значно більший.”

Аналіз найбільш поширених помилок студентів на заняттях математики і методи їх усунення (на прикладі стереометрії)

О.С. Олексів, викладач-методист,
ВСП Львівський автомобільно-дорожній коледж
Національного університету «Львівська політехніка»

Саме на подоланні труднощів
росте і розвивається математик.
О. Хінчина

Студент, який має поверхневі, неглибокі знання, наприклад з алгебри, завжди допускає помилки. В курсі стереометрії студентських помилок набагато менше, оскільки студент, набувши поверхневих, несистематичних знань, не може приступити до розв’язання задач. Тому в процесі вивчення геометрії паралельно з методами запобігання й усунення студентських помилок повинна проводитись робота по запобіганню й усуненню прогалин у знаннях студентів з геометрії.





Щоб допомогти студентові самостійно знайти помилку, усунути її чи запобігти появі тих чи інших помилок, потрібно визначити причини їх виникнення. Зрозуміло, що однією з таких причин є несистематичне, неусвідомлене вивчення певного матеріалу. Але багато студентських помилок виникає й тому, що студент не має вмінь використовувати теоретичні знання на практиці. Інколи причиною цього є неоптимальне використання методики проведення занять викладача.

Основні причини студентських помилок у процесі вивчення стереометрії такі:

- формальне, поверхневе теоретичне обгрунтування навчального матеріалу;
- недостатнє виділення спільних і відмінних рис, ознак, властивостей при вивченні нових стереометричних понять та тверджень;

ТНТУ ІІІ 2017

- недостатнє озброєння студентів методичними прийомами вивчення теоретичного матеріалу і розв'язування задач;
- необгрунтована аналогія;
- слабкий розвиток просторової уяви студентів;
- заміна певних понять на нерівносильні;
- пропуск логічних кроків у процесі доведення;
- мовні помилки пов'язані з неправильним використанням термінів;
- відсутність відповідної наочності;
- відсутність прийомів самоконтролю.

Зупинюсь конкретно на причинах появи помилок і методичних прийомах їх запобігання та ліквідації.

Теоретичне обгрунтування навчального матеріалу

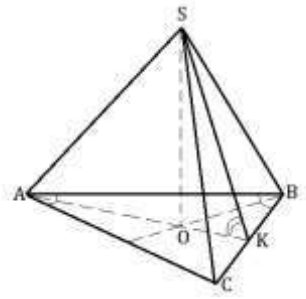
Наявність значної кількості помилок, які допускають студенти при вивченні теоретичного матеріалу та розв'язуванні задач, пояснюється в основному поверхневим теоретичним обгрунтуванням навчального матеріалу, недостатньою увагою студентів до усвідомлення властивостей просторових геометричних фігур.

Наприклад, студент, обчислюючи бічну поверхню піраміди (мал. 1), записав: $S_б = S_{\Delta ABC} \cdot \cos\alpha$.

Щоб переконати студента в допущеній помилці, достатньо поставити такі запитання:

а) порівняйте площі $S_б$ і $S_{\Delta ABC}$;

б) яких значень може набирати $\cos\alpha$?



Мал. 1

Виділення спільних і відмінних властивостей

Запобіганню та ліквідації студентських помилок у процесі вивчення нових понять чи тверджень сприяє вчасне виявлення зв'язків нового поняття з уже відомим, вказівка на загальні суттєві ознаки в характеристиці нових відомих понять.

Корисним є запитання на порівняння математичних об'єктів за загальними ознаками, на знаходження істотної різниці між ними, наприклад:

а) паралелепіпед, прямий паралелепіпед та прямокутний паралелепіпед;

б) піраміда, тетраедр, правильна піраміда, зрізана піраміда, конус;

в) куля та сфера;

г) означення паралельності прямої та площини й ознака паралельності прямої та площини.

Методичні прийоми вивчення матеріалу

Важливим фактором усунення та попередження студентських помилок є формування навичок самостійної навчальної діяльності студентів, знання методів, способів і вмінь користуватися ними в процесі розв'язування різних стереометричних задач.

Якщо студент не озброєний навичками активного сприймання нового матеріалу, методами і способами розв'язування задач, доведення теорем, до його свідомості доходять лише окремі, не пов'язані між собою уявлення та образи. В такому випадку студент помилково розв'язує задачу, тому що не може самостійно

ЖДУ ім. І. Франка 2017

відшукати спосіб її розв'язання. Конкретними засобами, що допомагають навчити студентів самостійно доводити теореми та розв'язування задачі, є такі:

- застосування аналітичного методу для розв'язування задач;
- метод подвійного порівняння, суть якого полягає в тому, що порівнюють різні вирази значення того самого елементами геометричної фігури, який може бути двічі по-різному виражений через дані та шукані величини. Порівнявши ці два вирази, дістанемо рівняння, з якого визначаємо шукану величину.

Цей метод часто застосовується в задачах на паралелепіпеди і трикутні піраміди, бо фігури мають таку властивість: хоч яку грань в них візьмемо за основу, вони лишаються відповідно паралелепіпедом і трикутною пірамідою.

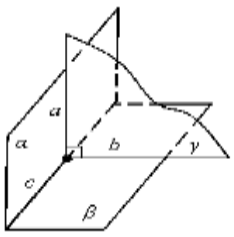
Аналогія під час навчання математиці

У педагогічному процесі роль аналогії двозначна: вона виступає як позитивний евристичний фактор, а при легковажному використанні веде студента до хибних висновків, що не обгрунтовуються, а застосовуються до розв'язування задач або формулювання хибних тверджень.

Як позитивний евристичний фактор аналогія може бути корисною: її можна застосувати для того, щоб навести студентів на відкриття нового для них твердження і допомогти сформулювати його, вона може дати вказівки про вибір методу та способу доведення теореми, а також допомогти знаходити шляхи розв'язування задач.

Але аналогія є причиною багатьох помилок, які негативно впливають на знання студентів. Добре не усвідомлюючи її, студент поширює яке-небудь твердження на випадки, до яких його не можна застосувати, і починає користуватись цим твердженням при розв'язуванні задач.

Наприклад, студент стверджує, що "Якщо дві площини α і β перпендикулярні до третьої площини γ, то площини α і β паралельні". З метою виявлення цієї помилки застосовуємо методичний прийом, який полягає у створенні наочної моделі, що відповідає твердженню, яке дає студент і не відповідає дійсності (мал. 2). Причиною цієї помилки є необгрунтована аналогія. Відоме істинне твердження:



Мал. 2

"Якщо прямі a і b перпендикулярні площині γ, то прямі a і b паралельні" студент мимоволі переносить на площини α і β.

Аналогія буває причиною помилок тоді, коли геометричне твердження переноситься з планіметрії у стереометрію.

Істотним засобом, який запобігає цим помилкам є всебічніше і старанніше вивчення математичних понять та тверджень. Неправильні аналогії є результатом формальних, нечітких і поверхневих знань та неміцних навичок. Під час вивчення понять треба настійно домагатися, щоб студенти чітко уявляли зміст і обсяг поняття. Вивчаючи твердження, вони мають усвідомлювати суть його і доступними їх розвитку прийомами обгрунтувати, чітко уявляти сферу застосування твердження, набувати грунтовних навичок у застосуванні твердження до розв'язування задач.

ТНТУ ІПТ 2017

Простора уява студентів

Причиною деяких помилок можна вважати й недостатній розвиток просторової уяви студентів. Щоб покращити її, доцільно окремі заняття повністю присвятити способам зображення стереометричних фігур, поєднуючи ці зображення з демонструванням матеріальних моделей.

Заміна понять

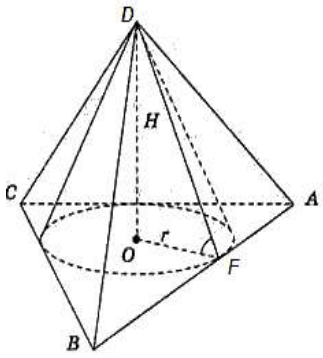
При оперуванні геометричними поняттями деякі з них студенти замінюють іншими, нерівномірними, що приводить до логічних помилок. Основними з яких є дві: нечіткість понять і підміна понять.

Наприклад, студент пише: "Твірна утворює з площею основи кут α". У висловлюванні проявляється нерозуміння відмінності між такими поняттями, як "площина" і "площа". У поясненнях до малюнка задачі студент допускає помилку: "Кутом нахилу до площини основи називається лінійний кут між твірною і діаметром основи". Тут, по-перше, термін "лінійний" є недоречним, а по-друге, в даному випадку йдеться не про лінійний кут, а кут між прямою і площиною.

Пропуск логічних кроків

Причиною студентських помилок у процесі доведення може бути пропуск логічних кроків. В одних випадках випадання однієї якоїсь ланки доведення приводить до нечіткого обгрунтування, хоч розв'язування задачі чи доведення теореми залишається правильним і маємо потрібний висновок. В інших випадках пропуск логічного кроку порушує правильність доведення, приводить до хибного висновку. Це залежить від того, чи придумана студентом здогадка є істинною чи хибною. Саме це стосується розв'язування такої задачі:

Задача. В основі піраміди лежить рівнобедрений трикутник. Медіана, проведена до основи трикутника, дорівнює 25 см. Площа вписаного круга в основі піраміди дорівнює 64π см^2. Висота піраміди 15 см. Визначіть повну поверхню піраміди.



Мал. 3

Розв'язання:

1) $OF \perp AB$, $OE \perp AC$, $OK \perp BC$ за побудовою (мал.3),

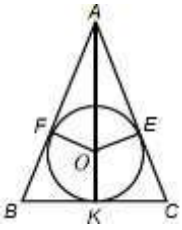
$OK = OE = OF = r = \sqrt{\frac{64\pi}{\pi}} = 8$, $AO = 25 - 8 = 17$ (см);

2) Із $\triangle AOF$: $AF = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ (см);

3) AF = FB, AE = EC, оскільки EF – середня лінія трикутника.

Надуманий факт про те, EF – середня лінія трикутника ABC, є хибним. В даному випадку допущено грубу помилку. Невідомо, звідки взялося те, що EF – середня лінія трикутника ABC.

Щоб допомогти студентові впевнитись у допущеній помилці та самостійно усунути її, доцільно запропонувати йому винести трикутник ABC із просторового малюнка піраміди ABCD окремим малюнком (мал.4). Тоді чітко буде видно, що $AF \neq FB$ і $AE \neq EC$. Виконаний малюнок наштовхує студента на те, що AE = AF =



ГК ЕУЛІТ 2017

$\sqrt{AO^2 - OF^2} = 15$ як відповідні катети рівних трикутників AOE і AOF. Мал. 4

Із подібності прямокутних трикутників АКВ і AFO легко встановити, що:

$\frac{AB}{AO} = \frac{KB}{OF} = \frac{AK}{AF}$ або $\frac{AB}{17} = \frac{KB}{8} = \frac{25}{15}$.

Звідси КВ $= \frac{8 \cdot 25}{15} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$ і АВ $= \frac{17 \cdot 25}{15} = \frac{85}{3}$.

Тоді

$$S_n = S_{\Delta ABC} + S_б = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AK + \frac{1}{2} \cdot P_\Delta \cdot FD = \frac{40}{3} \cdot 25 + \left(\frac{85}{3} + \frac{40}{3}\right) \cdot \sqrt{OF^2 + OD^2} =$$

$$= \frac{1000}{3} + \frac{125}{3} \cdot 17 = \frac{125}{3} \cdot 25 = \frac{3125}{3} = 1041\frac{2}{3}(см^2)$$

Навчаючи студентів розв'язувати задачі, треба звертати їхню увагу на повноту, послідовність міркувань і, головним чином, на обгрунтування кожного кроку.

Мовні помилки

Із мовних помилок у розв'язаннях стереометричних задач найбільш поширені неправильне користування термінами і застосування неправильних словосполучень.

Наприклад, студенти нерідко вживають словосполучення: "апофема бічної грані піраміди" замість "апофема піраміди", "об'єм сфери" замість "об'єм кулі", "площа поверхні кулі" замість "площа сфери" тощо.

Основними заходами щодо підвищення культури мови студентів є цілеспрямована і систематична робота викладача над їх удосконаленням, зауваження і виправлення найменшої неточності, подання справжніх зразків мови на заняттях; організація студентів на взаємне виправлення студентських мовних помилок.

Щоб успішно попереджувати та виправляти студентські помилки, треба їх вивчати (фіксувати, класифікувати), звертаючи особливу увагу на найпоширеніші, типові. Такими помилками є пропуск слів у реченнях: "Рівні похилі мають рівні проекції" замість "Рівні похилі, проведені з тієї самої точки до даної прямої, мають рівні проекції". Часто трапляються і стилістичні помилки: "Нам треба довести формулу" замість "Вивести формулу".

Наочність, як засіб запобігання студетських помилок

Наочність у процесі викладання – один з основних принципів дидактики. Наочність допомагає: виконати малюнок до теореми чи задачі; виявити допущену студентом помилку і усунути її; запобігти студентській помилці; намітити спосіб розв'язання задачі; збудувати творчу думку; розвинуте просторове уявлення і логічне мислення; усвідомити суть теореми.

Прийоми самоконтролю

Зменшити кількість студентських помилок можна за рахунок самоконтролю. Студенти повинні вміти проконтролювати розв'язування ними задачі. Бажано при цьому порадити студентам насамперед звертати увагу на розмірність результату. Якщо, наприклад, визначаючи об'єм тіла, студент вивів формулу

ТНУ ЦП 2017

$$V = \frac{\pi a^3 b^2}{3\sqrt{a^2 + b^2}} \qquad \text{чи} \qquad V = \frac{1}{3}\pi l^2 \sin\alpha \cos^2\alpha,$$

де a і b – катети прямокутного трикутника, а l – твірна конуса, α - кут утворений твірною з площиною основи, то відразу можна стверджувати, що задачу розв'язано неправильно, оскільки об'єм вимірюється кубічними одиницями.

Інколи знайти помилку можна прикидкою. Якщо внаслідок розв'язування задачі про визначення висоти піраміди дістанемо відповідь $H = \frac{2l}{\sqrt{3}}$, де l – довжина бічного ребра піраміди, то відразу можна стверджувати, що в розв'язанні задачі допущено помилку, оскільки шукана висота піраміди не може бути більшою від бічного ребра піраміди.

Зрозуміло, що розглянуті прийоми не завжди ефективні. Для задач на обчислення з параметрами найкращий спосіб перевірки – обчислення шуканої величини за певних граничних значень параметрів, при яких задачу можна розв'язати досить швидко.

Отже, домогтись повної ліквідації помилок, звичайно, не можна, але їх кількість можна звести до мінімуму, якщо проводити систематичну роботу по запобіганню і ліквідації допущених помилок. Адже кожна з них допущена і своєчасно не усунена породжує нові, а це в свою чергу змушує студента надалі охоплювати новий навчальний матеріал лише завдяки пам'яті і приводить до повного нерозуміння теоретичного матеріалу і невміння використовувати його під час розв'язування задач.

Список використаних джерел

1. Слєпкань З. І. Методика навчання математики. - К.: Зодіак-ЕКО, 2000.
2. Бевз Г. П. Методика розв'язування стереометричних задач / Г. П. Бевз. ─ К.: Рад. шк., 1988.
3. Прогалини в знаннях учнів із стереометрії та їх запобігання: метод. рек. /уклад. Г.М.Возняк К.: Освіта 1993

ОПОРНИЙ КОНСПЕКТ - СПОСІБ АКТИВІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ ПРИ ПРОВЕДЕННІ ЛЕКЦІЙНИХ ЗАНЯТЬ

Масич О.І., викладач-методист,
Новороздільський політехнічний коледж

Опорний конспект - це схематично-розгорнутий, лаконічно і чітко викладений базовий план лекції. Він може включати основні схеми, малюнки, визначення, причинно-наслідкові зв'язки та висновки.

На сучасному етапі розвитку освіти лекція залишається головною дидактичною ланкою та організаційною формою навчання.

Загальна **мета** будь-якої лекції - розвивати активну навчально-пізнавальну діяльність студентів та формувати їхнє професійно творче мислення.

Сучасна лекція - активна співтворчість викладача й студентів, якій властиве велике розмаїття форм і методів із застосуванням інноваційних освітніх технологій та пошук

ТКНУ ІТ 2017

альтернативних шляхів передачі інформації.

Використання наочності під час лекції збільшує запам'ятовування матеріалу від 14 до 38 відсотків. Презентація матеріалу забирає на 40% менше часу. І підсилює усну подачу матеріалу. Якщо ж до роботи залучається слухова і зорова пам'ять, є більше шансів задовольнити потреби різних студентів, чий спосіб сприйняття матеріалу може суттєво відрізнятися.

Найважливіше **завдання** лекції, яке постає перед викладачем - організувати роботу студентів так, щоб процес слухання трансформувався в активне осмислення поданої інформації та перетворення її в короткий запис, який пізніше допоможе студентові відтворити зміст нового матеріалу.

Особливу увагу, на мою думку, слід приділити вимогам до конспектування лекцій. У методичній літературі немає єдиного правила до того, як потрібно записувати лекцію. В основному це залежить від індивідуальних особливостей студентів, тому слухачів умовно можна розділити на такі чотири групи.

- ✓ перша - уважно слухає викладача, аналізує інформацію і робить стислі конспективні записи;
- ✓ друга - майже дослівно намагається записати текст лекції, іноді навіть не обдумуючи і не вникаючи в її зміст;
- ✓ третя – уважно слухає, аналізує, але не робить ніяких записів. Це, як правила студенти з гарною пам'ятю, на яку вони і роблять основну ставку. Недолік такого підходу - короткочасне утримання інформації. Дослідники вважають, що обсяг матеріалу, який може студент відтворити відразу після лекції - 30 - 65% . Через кілька днів відтворення лекційного матеріалу по пам'яті значно знижується;
- ✓ четверта - нічого не слухає, часто займається іншими справами, порушує ділову обстановку заняття і дисципліну.

Отже, перед викладачем стоїть наступне педагогічне завдання - формувати в студентів культуру ведення лекційних записів. Особливо ця проблема стосується першокурсників, які на перших порах ще не встигли адаптуватися до вимог вищої школи. Саме від викладача залежить наскільки він зможе з самого початку зорієнтувати студента на одночасну зі слуханням лекції розумову переробку матеріалу, на виділення і фіксацію в тезово-аргументованій формі головного змісту лекції. Важливо враховувати, що в студентів, як правило, стихійно складається так званий «стиль писаря», тобто прагнення дослівно записати весь лекційний матеріал без його структуризації, що ніяк не сприяє глибокому розум та засвоєнню нового матеріалу.

Сучасна епоха інформаційного суспільства потребує оперативної роботи з великими блоками інформації, її швидкої обробки, вмілого стиснення. Відтак, класична лекція у вигляді монологу викладача, за яким пишуть студенти в XXI ст. - столітті Інтернету, мобільності та дискусії, вже не цікава сьогоднішнім студентам і не може задовольняти вимоги часу.

Зробити лекцію змістовною та інформативною і, в той же час, стимулювати активність та творче мислення студентів, на лекційному занятті на мій погляд, дає змогу використання такого методу, як **опорнийконспект, завдяки, якому студент здатний більш якісно систематизувати отриману наукову інформацію, виділити існуючі зв'язки, скласти цілісну картину теми що вивчається .**

У науково-педагогічній літературі питаннямизастосування опорних конспектів займалися такі провідні педагоги, як В. Шаталов(методична система В. Шаталова) Т. Паніна (сучасні способиактивізації студентів), Д. Левітес (етапи створення опорних конспектів) та ін.

Безумовно, використання цього методу потребує значної творчої роботи і підготовки саме з боку викладача, астворений **опорний конспект маєтакідужевагоміпереваги:**

- ➢ не витрачається час на написання теми та плану лекції, оскільки він уже поданий **в** опорному конспекті (крім того, план стає вагомою допомогою студентові під час самостійної підготовки до «випереджаючої» лекції);
- ➢ налаштовує студента на послідовне сприйняття матеріалу;
- ➢ структурує матеріал та дає змогу цілісного сприйняття теми;

- налаштовує студента на свідому активну роботу під час лекції, оскільки опорний конспект передбачає самостійну обробку поданого викладачем матеріалу;
- забезпечує міжпредметну інтеграцію знань, оскільки в опорний конспект для кращого сприйняття матеріалу можуть переноситися потрібні малюнки, графіки, таблиці тощо;
- активізує навчально-пізнавальну діяльність студентів;
- наявність в опорному конспекті графічних зображень, малюнків, які демонструються під час лекції з застосуванням мультимедійної технології, дає змогу наочногоприйняття студентами інформації, переводячи її з розряду абстракції;
- сприяє узагальненню та систематизації вивченого матеріалу;
- полегшує студенту роботу під час самостійної підготовки **до**практичного заняття, вирішення тестових завдань та ситуаційних задач;
- значно полегшує завдяки стисло-логічному запису запам'ятовування великого **обсягу**матеріалу;
- на заключному етапі лекції студенти мають змогу швидко «пройтись» по лекції, додатково розглянути найскладніші та незрозумілі моменти і підвести підсумок заняття.

Ефективність та доцільність опорного конспекту, безумовно, залежить від мети, яку ставить викладач та творчого підходу до вирішення проблеми. Для того, щоб досягти поставленої мети, потрібно чітко продумана попередня підготовка конспекту. Готуючись до лекції, викладач складає графологічні схеми лекційного матеріалу, що подаються пов'язаними між собою блоками і повністю відповідають плану лекції. Потім уносить потрібний додатковий матеріал, який поліпшує розуміння певного матеріалу. Враховуючи можливості комп'ютерних технологій, текстових і графічних програм, опорний конспект може включати різні естетично оформлені опорні сигнали. Але щоб опорний конспект був максимально корисний студентові, потрібно, щоб він відповідав **певним класичним вимогам:** лаконічність, структурованість, чіткий смисловий акцент (рамки, відокремлення одного блоку від іншого), автономність кожного блоку, асоціативність, доступність відтворення матеріалу, наочність та образність.

Звичайно опорний конспект ні в якому разі не виключає самостійної роботи студентів з підручником та з науковою літературою, але він є тим каркасом, на який «начитується» додатковий матеріал.

Література

1. Гомоннай В.В. Формування основ педагогічної майстерності. Проблеми вищої школи. – Вип. 78. – К.: Вища школа, 1992р.
2. Гін А.О. Прийоми педагогічної техніки: Вільний вибір. Відкритість. Діяльність. Зворотній зв'язок. Ідеальність. – Луганськ : Навчальна книга, Янтар, 2004
3. Пометун О. , Пироженко Л. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання. – К: АСК, 2004

ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

Сеник О.І.
Львівський коледж транспортної інфраструктури ім.ак.В.Лазаряна

Завдання розвитку творчих здібностей студентів є важливою проблемою професійної освіти. Рівень підготовки фахівців залежить від того, в якій мірі вони оволоділи уміннями і навичками самостійної роботи. Науково-технічний прогрес підвищує вимоги до якості навчання у загальноосвітній школі, професійно-технічному та вищому навчальному закладі. У сучасних умовах будь-яка професія потребує значно більшої кількості знань, умінь і навичок. Тому важливу роль набуває процес самостійного навчання студентів. Керувати самостійною роботою дозволяє не тільки система її організації, але і система контролю, яка передбачає перевірку рівня знань, своєчасний вплив на невстигаючих; виявлення найбільш здібних студентів.

Мета контролю як дидактичного засобу управління навчанням – забезпечення ефективності навчально-виховного процесу шляхом систематизації навчальних досягнень студентів, умінь самостійного й творчого застосування здобутих знань на практиці, стимулювання навчальної діяльності студентів, формування у них прагнення до самоосвіти.

Контроль навчальних досягнень складається з таких компонент:

1) перевірки - виявлення рівня знань, умінь і навичок;
2) оцінювання - вимірювання рівня знань, умінь і навичок;
3) обліку - фіксування результатів у вигляді оцінок у журналі та інших відомостей обліку.

В процесі навчання за допомогою контролю розв'язуються такі завдань: виявлення готовності учнів до сприйняття, усвідомлення і засвоєння нових знань; отримання інформації про характер самостійної роботи; визначення ефективності організаційних форм, методів і засобів навчання; виявлення ступеня правильності, обсягу і глибини засвоєних учнями знань, умінь і навичок.

У дидактичній літературі визначено загальні принципи організації контролю за навчальною діяльністю студентів:

1. Об'єктивність, позбавлена суб'єктивних і помилкових оціночних суджень і висновків учителя. Вона забезпечується науково обгрунтованим змістом діагностичних завдань, процедур; точним, адекватно встановленим критерієм оцінювання знань, умінь. Об'єктивність контролю означає, що виставлені оцінки збігаються незалежно від методів і засобів контролю та педагогів, які його здійснюють.

2. Систематичність, регулярність проведення діагностичного контролю на всіх етапах процесу навчання. При цьому комплексно використовуються різні форми, методи і засоби контролювання, перевірки й оцінювання.

3. Гласність, що полягає в проведенні відкритих випробувань усіх учнів за тим самим критерієм. Рейтинг кожного школяра, що встановлюється в процесі діагностування, відомий усім, оцінка вмотивована. Результати діагностичних зрізів, їх аналіз обговорюється відповідними педагогами (предметними комісіями). На цій основі складаються перспективні плани вдосконалення викладання предмета.

При підготовки фахівців технічного профілю важливо проконтролювати рівень знань**,** умінь і навичок не лише із загально професійних і професійно орієнтованих дисциплін, а й загальноосвітніх. Зауважимо, що метою їх вивчення у професійній освіті є не лише забезпечення базового рівня освіти, що відповідає державному стандарту, а й формування професійно значущих знань і вмінь, які необхідні в майбутній виробничій діяльності. Це досягається професійною спрямованістю навчання. Фундаментальні знання - це не набір правил, теорем, понять не вміння розв'язувати стандартні задачі. Це розуміння суті вивчаючих явищ, участі у відшукання самих задач, постановці цих задач. Це потрібно фахівцям не лише для загального розвитку, а й для майбутньої практичної діяльності в умовах сучасного виробництва, для глибокого, творчого вивчення на достатньо високому рівні споріднених наук, для розвитку раціоналізаторських здібностей. Без математичних знань і математичного мислення не можна використовувати сучасні технології.

Під час викладання математики особливої актуальності набувають технології активізації інтересу, розвитку математичного мислення, розв'язування задач. Так, у технології активізації інтересу переважають розповіді, пояснення, бесіди на тему прикладної спрямованості математичних понять; технології розвитку математичного бачення базуються на наочних методах навчання; результативність технологій розв'язування задач забезпечується проблемним, евристичним, пропедевтичним навчанням. Використання новітніх технологій під час викладання математики у професійно-технічних і вищих навчальних закладах сприяють формуванню в студентів цілісної картини світу, розвитку прикладних математичних умінь, дозволяють глибше та ширше засвоїти основні теоретичні положення, формують вміння застосовувати здобуті знання у професійній діяльності.

Найбільш ефективний і надійний контроль навчальних досягнень можна здійснити при раціональному використанні і поєднанні різних його форм. Розглянемо деяких формах

контролю самостійної роботи студентів ВНЗ І-ІІ рівня акредитації, які використовуються при вивченні математики.

Контрольні роботи із взаємною перевіркою. Одночасно із традиційними проводяться контрольні роботи, які включають: 1) тестові теоретичні питання (відповіді на які вони обирають із запропонованого списку); 2) задачу середньої важкості; 3) задачу-питання, відповідь на яку потрібно обґрунтувати. Студент, який виконав своє завдання, перевіряє роботу іншого, фіксуючи свої зауваження з кожного пункту, наводячи свій розв'язок або відповідь, якщо вони відсутні в даній роботі.

При виставленні кінцевої оцінки за контрольну роботу враховуються бали за виконання кожним студентом свого завдання і перевірку роботи другого. Така організація контрольної роботи дає можливість не тільки виставити оцінки але й викликає інтерес у студентів - після неї як правило зав'язується корисна дискусія. Крім того, включення в контрольну роботу теоретичних питань дозволяє студентам набувати вміння грамотно викладати думки в письмовій формі.

Виявлення інтелектуальних здібностей. З ціллю виявити чи вміють студенти виділяти головне в прослуханій інформації в умовах обмеженого часу при вивченні теми "Дискретні випадкові величини та закони їх розподілу" одна година відводиться для лекції, а за півгодини студенти повинні викласти прослуханий матеріал, не користуючись конспектом (викладач цей час може використати для перевірки конспектів). Результат аналізу такої роботи, по-перше, дозволяє побачити аудиторію, виявити хто і як сприймає нову інформацію. в процесі лекції, як її усвідомлює і чи вміє виділити головні моменти та логічно їх викласти; по-друге, такі спостереження допомагають в організації індивідуальної роботи зі студентами. |Потім на практичних заняттях з цієї теми студенти опрацьовують результати контрольної (будують емпіричний розподіл кількості балів у вигляді ряду і полігону). При виконанні домашнього завдання студенти виготовляють плакат із графіками розподілу по кожній групі, який на наступній лекції можна використати для порівняльного аналізу. Така методика вивчення цієї теми, що включає виконання завдання і роботу з отриманими результатами, є навчальним експериментом і може бути ефективно використаною при вивченні інших тем.

Колоквіум-семінар. При самостійному вивченні теоретичного матеріалу студентам видається робочий план даної дисципліни з переліком питань або тем, які виносяться на самостійне вивчення. Це дозволяє їм вести конспект так, щоб в ньому знаходився весь навчальний матеріал, як лекційний так і для самостійного вивчення, в передбачуваній планом послідовності. У додатку до робочого плану з кожного завдання для самостійної роботи містяться методичні вказівки щодо вчення теоретичного матеріалу, які включають план, по якому рекомендується складати конспект, рекомендований список підручників і посібників. Для поточного контролю проводяться консультації; формою підсумкового контролю є колоквіум-семінар, програма якого знаходиться в додатку до робочого плану. Всі студенти на такому семінарі приймають участь в обговоренні відповідей кожного студента (виправляють, уточнюють, доповнюють, пропонують свій варіант відповідей). Це розвиває навички критичного аналізу, виявляє недоліки, вміння коректувати допущені помилки, принципово обґрунтовувати виконані дії, пояснювати отримані результати. Така форма організації контролю самостійної роботи з вивчення теоретичного матеріалу забезпечує виконання кожним студентом її пошукових і виконавчих етапів.

Отримання навичок самостійної творчої праці майбутніх фахівців в значній мірі сприяє і виконання індивідуальних комплексних завдань, типових розрахунків, активна участь в олімпіадах, роботах гуртків. Будь-яка форма самостійної роботи розвиває творчу ініціативу, підвищує інтерес до предмету.

Важливо, щоб контроль, не зводився виключно до перевірки знань студентів шляхом звичайного відтворення отриманої від педагога або з підручника інформації.

Застосування засобів навчання з особливими технічними і дидактичними можливостями (комп'ютерів, відеотехніки, інтерактивних комп'ютерних систем) дозволяють автоматизувати процес навчання та контролю навчальних досягнень учнів і студентів. Система комп'ютерного контролю дає викладачу ряд нових можливостей, які підвищують якість навчального процесу:

- автоматизована підготовка мети навчання, мети контролю та контролюючих методик;
- одержання вихідної інформації про учня;
- автоматизована деталізація змісту навчального матеріалу, який піддягає контролю, і можливий вибір прийомів та способів контролю;
- вибір рівня проблемності навчання на основі проблемності змісту навчального матеріалу, типу формулювання та індивідуальних особливостей учня;
- визначення ступеня гнучкості управління процесом навчання відносно до мети і бажань;
- розгорнута система запропонованих завдань у відповідності з реальними навчальними досягненнями учнів;
- статистична обробка інформації про динаміку роботи учня або класу, аналіз ефективності і результативності використання різних прийомів і способів контролю.

Використання комп'ютерів для контролю навчальних досягнень сприяє інтеграції в єдину інформаційну базу всіх результатів контролю кожного студента, що забезпечує оперативне оброблення та можливість використання цієї інформації для корекції та управління процесом навчання.

Викладач математики має широкі можливості формувати майбутню людину, розвивати її науковий світогляд, логічне творче мислення та культуру в процесі вивчення загальноосвітнього курсу та окремих математичних дисциплін.

Використання у професійній освіті сучасних методів контролю знань, умінь і навичок учнів, розроблених на основі дотримання вимог до цільово-змістового аспекту контролю доводить їх ефективність та дає підстави відзначити позитивні сторони, що свідчить про її суттєві переваги порівняно із традиційною системою: зменшується фактор випадковості, зростає точність, об'єктивність, глибина оцінювання знань, відповідальність за знання, мотивація навчання. Запровадження в професійно-технічних і вищих: навчальних закладах новітніх засобів контролю є однією з необхідних умові докорінного покращання рівня якості підготовки фахівців.

Література

1. Бербец В. В. Впровадження інформаційних технологій в процес контролюй навчальних досягнень учнів на уроках трудового навчання // Сучасні інформаційнії технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: "методологія, теорія, \ досвід, проблеми: 36. наук, праць: У 2-х ч. / Редкол.: І. А. Зязюн (голова) та ін. - Київ-| Вінниця: ДОВ Вінниця. - 2002. - Ч. 1.- С. 120-123.

2. Мойсеюк Н. Є. Педагогіка. Навчальний посібник. 3-є видання, доповнене, 2001. -| 608 с.

3. Сікорський П. І. Психолого-педагогічні основи технологізації навчання| математики // Педагогіка і психологія професійної освіти. - 2002. -1. - С. 59-65.

4. Фіцула М. М. Педагогіка: Навчальний посібник для студентів вищих педагогічних; закладів освіти. - К.: Видавничий центр "Академія", 2000, - 544 с.

ШЛЯХИ АКТИВІЗАЦІЇ ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ У ПРОЦЕСІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРИКЛАДНИХ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ

О.М. Маньків, *викладач математики,*
ВНЗ «Львівський кооперативний коледж економіки і права»

Сучасний розвиток освіти в Україні ставить задачу спрямовувати науку на пошук нових методів та технологій, які ведуть до високої теоретичної та практичної підготовки.

Вважаю, що від пізнавальної активності студентів під час вивчення курсу математики залежать результати знань, їх підготовка до роботи в сучасних умовах.

У моїй практиці викладання математики спостерігається прояв інтересу студентів до розв'язання задач прикладного спрямування. І це не випадково. В таких задачах розглядається

певна реальна ситуація, яка вчить не лише математичним законам, а й показує їх практичне застосування.

Математика навчає методам розв‘язання економічних та фінансових задач. Вона також є важливим елементом загальної культури населення. Наприклад, математичні задачі фінансового змісту - це засіб ознайомлення з застосуванням математичних понять та методів у фінансовій галузі.

Вважаю, що надзвичайно актуальною проблемою на сучасному етапі розвитку освіти є активізація пізнавальної діяльності студентів. Саме від її вирішення залежить ефективність навчальної діяльності, яка проявляється в міцному засвоєнні знань, формуванні самостійної думки та підготовці до самостійного життя.

Стимулами пізнавальної активності в навчально-виховному процесі можуть виступати такі педагогічні прийоми, як заохочення, розкриття необхідності та значення навчального завдання (мотивація), підкреслення розвитку позитивних рис особистості в процесі навчання, своєчасне визнання успіхів студентів, активна позиція викладача, довіра до студентів.

Зверну увагу на те, що одним із головних завдань у педагогічній діяльності викладача є збільшення активності студентів до рівня самостійності. Основою для самостійності виступає система знань, якою вже володіє студент. Але в учбовому процесі повна самостійність студентів не є можливою. Тому головною ознакою самостійності студентів є досягнення поставленої мети без сторонньої допомоги, але з участю викладача, який має оголосити мету, сформулювати завдання та перевірити отримані результати.

В будь-якому розподілі знаходиться місце для математичних задач фінансового змісту. Хоча цей клас задач виділяється дуже умовно. Під ***математичною задачею фінансового змісту*** розуміють задачу, яка розкриває використання математики в фінансових дисциплінах, ознайомлює із застосуванням математичних понять, операцій та законів у фінансовій сфері.

Розв’язання будь-якої прикладної задачі починається шляхом ознайомлення з її змістом, який може зацікавити чи не зацікавити студентів. Розв’зування математичних задач фінансового змісту може бути організовано по-різному: в формі змагання на кращого “банкіра”, “фінансиста” тощо. Студенти із задоволенням беруть участь у різного виду подібних змаганнях, бачать продуктивність сумісного розв’язання проблеми, обговорюють розв’язки та відповіді друзів.

Для досягнення активізації пізнавальної діяльності студентів необхідно звернути увагу на важливість *проблемного навчання*. С.Л. Рубінштейн, характеризуючи природу розумового процесу, зазначав: “Початковим моментом розумового процесу як правило є проблемна ситуація. Мислити людина починає тоді, коли в неї з’являться потреба щось зрозуміти. Мислення починається з проблеми чи запитання, здивування чи нерозуміння, з протиріччя”.

З усіма відміченими проблемами студент зустрічається при роботі з математичними задачами фінансового змісту.

Використання системи фінансових задач є важливим для:

- розуміння особливостей діяльності банків
- формування уявлення про шлях сплати податків, розуміння причин їх нарахування
- навиків формування сімейного бюджету
- знаходження способу захисту майнових інтересів шляхом страхування.

Робота над активізацією пізнавальної діяльності була реалізована під час проведення експериментального дослідження з групами студентів спеціальності «Фінанси і кредит» (1-2 курс, на базі неповної середньої освіти). Мета полягала у виявленні ефективності впливу запропонованої системи задач на активізацію навчання та формування пізнавального інтересу до математики.

Дослідження проводилось протягом трьох етапів.

На *першому етапі* визначались конкретні задачі дослідження та розроблявся план дослідної роботи. Особлива увага приділялась розгляду та вивченню літератури, аналізу психологічних, педагогічних та методичних праць з даної проблеми та розробці тестів, метою

ТНЕУ ДПТ 2017

яких було виявлення пізнавального інтересу студентів до математичних задач фінансового змісту та математики в цілому.

На *другому етапі* проводився пошуковий педагогічний експеримент. В ході експерименту здійснювалась цілеспрямована робота з активізації пізнавальної діяльності студентів при розв'язуванні математичних задач фінансового змісту на заняттях математики. В процесі відстежувались зміни у ставленнях студентів до математики та їх успішності.

На *третьому етапі* за допомогою тестів та анкет проводилось опитування студентів з метою порівняння даних в експериментальних групах. Метою опитування було виявлення впливу спеціально підібраної системи математичних задач фінансового змісту та методики її використання на розвиток пізнавального інтересу студентів до математики.

Вивчення пізнавального інтересу студентів до математичних задач фінансового змісту проводилось у звичайних умовах без змін ходу учбового процесу, у відповідності до програми навчання математики. Вивчення матеріалу відбувалось за діючими підручниками, проте робота була посилена по використанню математичних задач фінансового змісту, що сприяло підвищенню інтересу студентів до вивчення математики.

Час для роботи над задачами даної групи з'являвся за рахунок заміни типових задач підручника математичними задачами фінансового змісту. Крім того, велика кількість задач обговорювалась на занятті, а подальша робота виносилась на самостійне дослідження.

Результати експерименту показали, що використання задач фінансово-економічного змісту при вивченні математики однозначно сприяє підвищенню інтересу студентів до математики та підвищенню їх успішності.

Пропоную використовувати прикладні задачі, наприклад, при розгляді таких тем: *"Відсоткові розрахунки", "Властивості функцій", "Графіки функцій", "Розв'язування задач та нерівностей за допомогою рівнянь", "Елементи прикладної математики" тощо.*

Приклади із пропонованої системи фінансових задач:

Задача *Нехай х – всі доходи родини за місяць, а витрати в середньому становлять 2300 гривень на місяць. Скласти функцію прибутку родини: а)за місяць; б) за рік.*

Задача *Для залучення клієнтів страхова компанія використовує активну політику щодо зменшення страхового тарифу в залежності від кількості об'єктів страхування. Клієнт вирішив застрахувати відразу 6 об'єктів, вартість кожного 25000 грн. Яка сума страхових внесків, якщо страховий тариф при страхуванні одного об'єкта 4%, та він зменшується при страхуванні кожного наступного об'єкту на 0,5% ?*

Задача *На початку року є можливість внести в банк на рахунок 2 750 гривень, але в кінці року треба зняти з рахунку 863 гривні, а через рік знову - 863 гривні. Під який відсоток потрібно внести гроші в банк, щоб вказані операції відбулися?*

Задача *Яку загальну суму кредитор повинен покласти в три різні банки, щоб виконувались умови: в банк "А" потрібно покласти 35% від вкладу в банк "В", а сума вкладу в банк "В" становить 70% від вкладу в банк "С", а в банк "С" він вклав суму, яка перевищує вклад в банк "А" на 8 200 гривень?*

Задача *Підприємство видало 25 звичайних акцій вартістю 850 гривень кожна. Виплачені дивіденди цих акцій у 2013 році становили 1200 грн., а в 2016 році – 3300 грн. Який прогнозований курс цих акцій можливий у 2017 році?*

Задача *Родина планує отримати від власного вирощування та продажу картоплі дохід у розмірі 3600 гривень. Яку кількість урожаю потрібно зібрати, якщо на рік для всієї родини потрібно 200 кг картоплі, а на ринку картоплю можна продати за ціною 3 гривні 40 копійок за 1 кілограм?*

Результати експериментальної перевірки свідчать про її позитивний вплив на весь навчально-виховний процес, а саме: використання системи математичних задач фінансового змісту сприяє:

- ✓ формуванню пізнавального інтересу;
- ✓ підвищенню успішності;
- ✓ розвитку логічного мислення, творчої активності та пізнавальної самостійності студентів;

✓ формуванню навичок використання математичних знань у фінансовій сфері людської діяльності.

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕННЯ ЗАНЯТТЯ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ “ЗАСТОСУВАННЯ ПОХІДНОЇ ПРИ РОЗВ’ЯЗУВАННІ ПРАКТИЧНИХ ЗАДАЧ” З ВИКОРИСТАННЯМ МУЛЬТИМЕДІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ.

О.С. Лаврівська, викладач-методист,
Екологічний коледж Львівського національного аграрного університету

Прикладне спрямування математичних знань відіграє виключну роль у формуванні майбутнього фахівця. І саме застосування інтерактивних комп’ютерних технологій дає можливість викладачеві збагатити на занятті динамічними ілюстраціями прикладні задачі, подати навчальний матеріал в естетичній, доступній та захоплюючій формі.
Мультимедійні технології дають можливість комбінувати в одному занятті величезну кількість цікавих завдань та “оживити“ математику

Пропоную для розгляду методику проведення заняття з дисципліни “Вища математика” із впровадженням мультимедійних технологій для студентів за спеціальністю “Зелене будівництво та садово-паркове господарство”.

Тема заняття: Розв’язування прикладних задач на знаходження найбільших та найменших значень реальних величин

Мета навчальна : вироблення в студентів вмінь та навиків будувати математичну модель реальної практичної задачі, вибирати раціональний метод розв’язування даної математичної моделі

Мета виховна : розвиток математичної культури при розв’язуванні задач професійного змісту, формування творчої особистості

2.1.Організація заняття :привітання; перевірка присутності студентів та їх готовності до заняття;перевірка домашнього завдання, вияснити питання , які виникли (слайд №2-№3);видати студентам картки оцінювання

2.2.Актуалізація пізнавальної діяльності студентів

1.Повторення теоретичного матеріалу по темі (тест)
2.Фронтальне опитування з основних понять та означень теми (слайд №4)
3.Студенти представляють презентацію на тему «Застосування похідної» за планом:
застосування похідної у фізиці; біології, математиці (слайди№5-№9)

2.3.Мотивація навчальної діяльності студентів

Формування внутрішніх та професійно-значущих мотивів: бажання отримати якісні професійні знання при розв’язуванні практичних задач з використанням мультимедійних техногогій

2.4.Повідомлення теми, мети і завдань заняття (слайди№10-12)

2.5.Вивчення нового матеріалу Пояснити тему,використовуючи презентацію заняття за планом:

1.Розглянути алгоритм знаходження найбільшого та найменшого значення функції при розвязуванні прикладних задач (слайд№13)
2.Розв’язування прикладних задач на знаходження екстремуму функції.

Задача1.Задача Дідони(екстремум функції) (слайд№14).**Задача2**.Витрати пального(екстремум функції) (слайд№15).**Задача3**.Медицина (екстремум функції) (слайд№16). **Задача4.**Оцінка студента(екстремум функції) (слайди№17)

3.Самостійна робота студентів:розв’язування прикладних задач.

Задача5 Застосування похідної у біології (слайд№18)Задача6 Фітокомпозиція(слайд№19-22)

2.6.Узагальнення і систематизація вивченого матеріалу

1.Сформулюйте алгоритм знаходження найбільшого та найменшого значення функції при розв’язуванні
прикладних задач

2. У чому полягає особливість розглянутих на занятті прикладних задач?

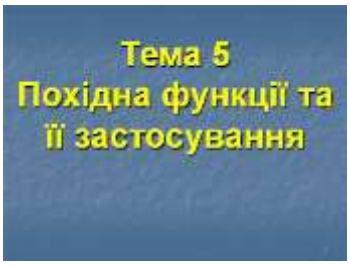
2.7. Підсумки заняття

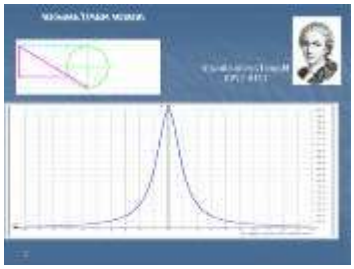
Оцінювання студентів

2.8. Домашнє завдання Задача 1. (слайд№23)Задача2(слайд№24)

2.8. Домашнє завдання Задача 1. (слайд№23)Задача2(слайд№24)

















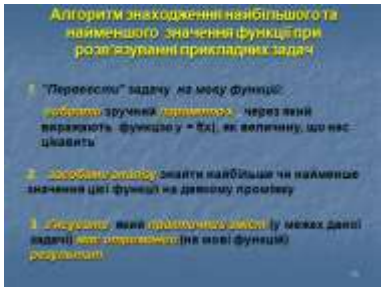








ТНТУ ім. І.П. 2017



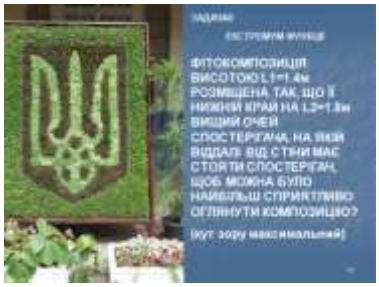


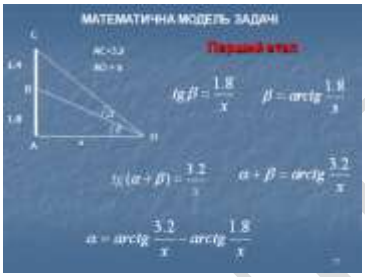




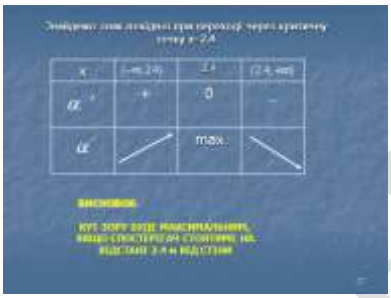
















Дане заняття насичене за обсягом, цікаве як для викладача так і для студентів. Емоційність студентів перших хвилин сприйняття мультимедіа замінилось зацікавленням, а, отже і мобілізацією їх до роботи. Такі заняття з використанням мультимедійних технологій проходять дуже продуктивно.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ПРОЕКТІВ НА ЗАНЯТТЯХ З МАТЕМАТИКИ

Г.Р. Захарко, викладач-методист,
ДВНЗ «Червоноградський гірничо-економічний коледж»

Суть проектної технології — стимулювати інтерес студентів до певних проблем, що передбачають володіння визначеною сумою знань, та через проектну діяльність, яка передбачає розв'язання однієї або цілої низки проблем, показати практичне застосування надбаних знань. Від теорії до практики, гармонійно поєднуючи академічні знання з прагматичними, дотримуючи відповідний їх баланс на кожному етапі навчання.

На початку навчального року, аналізуючи можливості навчального матеріалу з математики щодо використання проектної технології, я створюю банк тем різної ступені складності. У тематиці проектних завдань враховуються індивідуальні особливості пізнавальної діяльності студентів.

Студентам надаю можливість вибрати тему проекту, організаційну форму її виконання (індивідуальну або групову). Щоб студенти навчились розв'язувати задачі, треба дати їм можливість самостійно працювати.

Для організації проектування визначаємо мету, плануємо результат і форми захисту.

Під час роботи студентів над проектом викладач виконує такі функції: – допомагає студентам у пошуку джерел, необхідних їм для роботи над проектом;– сам є джерелом інформації;– координує весь процес;– підтримує і заохочує студентів;– підтримує безупинний зворотній зв'язок, щоб допомагати студентам просуватися в роботі над проектом.

У процесі спільної діяльності під час роботи над проектом в студентів формуються такі якості, як уміння працювати в колективі, брати відповідальність за вибір рішення, аналізувати результати діяльності, підкоряти свій темперамент, характер, час інтересам спільної справи. При роботі в групі у них виховується почуття колективізму, співпереживання, взаємодопомоги, взаємовиручки.

Досвід роботи з методу проектів показує, що студенти можуть виступати активними учасниками процесу створення проекту, виробляти свій власний погляд на інформацію, намічати мету й задачі й шукати шляхи їхнього рішення.

Метод проектів дозволяє студентам учитися на власному досвіді й досвіді інших у конкретних справах і приносить задоволення студентам, що бачать продукт власної праці.

Метод передбачає дуже велику підготовчу роботу. На мій погляд, його краще використовувати при узагальненні та систематизації матеріалу.

Хочу запропонувати проект, який був побудований на основі теми: «Многогранники». Він дав можливість узагальнити знання і вміння студентів розв'язувати задачі різними методами. В основу роботи над проектом були покладені групові форми роботи та інтерактивні методи навчання.

Група ділиться на чотири підгрупи. Кожна підгрупа підібрала задачі, які ґрунтуються на практичному матеріалі, а також оформила результати своєї роботи у вигляді презентації та публікації задач.

В результаті були виділені основні моделі задач та методи їх розв'язання, створений бюлетень на допомогу слабо встигаючим студентам з певними для них підказками.

Студенти набували навички роботи з MS Power Point, MS Word, MS Excel, навчились знаходити необхідну інформацію в Інтернеті.

МНОГОГРАННИКИ

Заняття –проект із використанням практичних вмінь та навичок роботи на комп'ютері

Мета: розширити уявлення про опуклі многогранники, ознайомитися з їх деякими властивостями, формувати поняття правильних і напівправильних многогранників, показати зв'язок математики з життям.

- формування компетентності у сфері самостійної пізнавальної діяльності, навичок самостійної роботи з великим обсягом інформації, формування навичок роботи в команді, розвиток творчих здібностей особистості.
- продовжити виховання в студентів шанобливого ставлення один до одного, почуття товариства, культури спілкування, почуття відповідальності, виховувати культуру ділового спілкування.

Тип заняття: розширення та поглиблення знань, вмінь і навиків.

Форма організації: робота в групах.

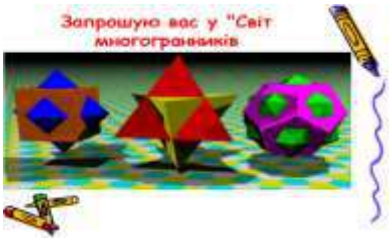
Дидактичне забезпечення: картки оцінювання, комп'ютерні тести, індивідуальні задачі, стереометричні моделі фігур, картки з малюнками до задач, опорні конспекти з теми «Многогранники», малюнки многогранників , картки з формулами.

Презентація « Многогранники ».

Методи навчання: тестування, проблемна ситуація, демонстрація проектів (створення презентації в малих групах).

ХІД ЗАНЯТТЯ

I. Організаційний початок заняття (5хв.)



Сьогодні на занятті ми дізнаємося і побачимо багато цікавого, нам належить відповісти на такі питання, як:

Які багатогранники називаються напівправильними? Скільки їх існує? Що таке Ейлерова характеристика? Які тіла носять назву тіл Кеплера-Пуансо? І багато-багато інших ... І, нарешті: де, навіщо і для чого нам потрібні багатогранники? Може можливо, в житті можна обійтися і без них?

Присутнім на занятті викладачам, які отримали бланки для оцінювання, було запропоновано бути незалежними експертами

II. Постановка мети заняття (2 хв.).

Метою проекту був збір необхідних даних для узагальнення поняття многогранника, їх аналіз та ознайомлення з їх змістом одногрупників.

III. Актуалізація опорних знань

1.Описання властивостей фігур , які знаходяться на столах у кожної із груп (капітани команд) 4 хв.

2а) Теоретичний тренінг (у вигляді тестів) (6хв.)

2б) Графічний тренінг (для капітанів команд)

2в) вікторина: «Вірю – не вірю» *(3 хв.)*

V. Складання презентації малими групами (40 хв.).

1 –знавці 2 –дослідники 3 –практики 4 – ентузіасти

Після кожної демонстрації командою презентації, студенти проводять обговорення, дають відповіді на запитання, оцінюють.



Презентація групи 1 «Знавці»

Група в складі 5-х осіб працювала під девізом: « Разом навчатися не тільки легше але й цікавіше і ефективніше».

Тема проекту: «Історія виникнення науки про многогранники, види многогранників, Формула Ейлера, Закон взаємності.»

Мета проекту: розширити уявлення про опуклі і неопуклі многогранники, ознайомитися з їх історією та деякими властивостями

Завдання 1. Студентам пропонується :

На малюнку знайдіть опуклі та не опуклі многогранники.

2-а група – перший рядок 3-тя – другий 4- та – третій

Теорема Ейлера для опуклих многогранників



Завдання 2. Студентам з 2,3,4 груп пропонується : підрахувати число вершин, граней і ребер моделей багатогранників, які є у них на столах.

<u>група 2</u> виконує перевірку формули Ейлера для трикутної піраміди,

<u>група 3</u> виконує перевірку формули Ейлера для чотирикутної піраміди

<u>група 4</u> виконує перевірку формули Ейлера для трикутної призми.

Задача №1: На кожному столі стоїть предмет і лежить папір . Чи вистарчить паперу , щоб обклеїти

ТГНУ, ІП 2017

даний предмет? (Папір розрізати і згинати неможна). Намалювати розгортку фігури і знайти її об'єм. 5хв. (для всіх команд)

Презентація 2-ї групи «Дослідники»



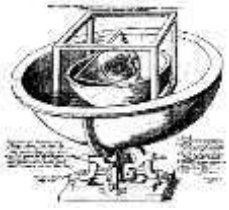
Група працювала в складі 5 осіб під девізом: «Математику не можна вивчати, спостерігаючи, як це робить сусід»

Група працювала над проектом: «Правильні і напівправильні многогранники»

Метою проекту був збір необхідної інформації для розширення знань про правильні многогранники та знайомство з напівправильними многогранниками.

Доповідь студента з комп'ютерною презентацією по темі: «Правильні і напівправильні многогранники»





Доповідь студента з комп'ютерною презентацією по темі: «Ікосаедро-додекаедрова структура Землі».

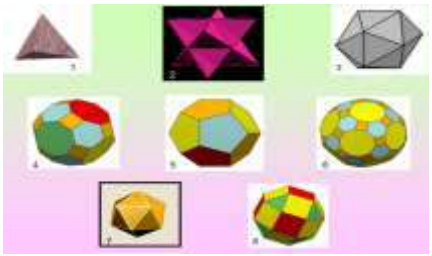
Доповідь студента з комп'ютерною презентацією по темі: «Кубок Кеплера».

1.Увага! Запитання. Як називаються тіла зображені на малюнку? (Платонові тіла).

2. Дайте назву зображеним фігурам,та вкажіть число їх граней.

3. Вкажіть Платонові тіла та тіла Архімеда.

Презентація 3-ї групи «Пошуковці»



Група працювала в складі 5 осіб під девізом: «Недостатньо лише мати гарний розум, головне це добре застосувати його».

Наша група працювала над проектом:

«Зірчасті багатогранники. Оригамі і многогранники. Неможливі фігури».



Мета: Зібрати та систематизувати інформацію про зірчасті многогранники, показати інші види многогранників.

Доповідь студента з комп'ютерною презентацією по темі: «Зірчасті багатогранники. Оригамі і многогранники»

Доповідь студента з комп'ютерною презентацією по темі: «Неможливі фігури»

Практична робота.

Виготовлення моделі куба за допомогою оригамі. 5хв.

Презентація 4-ї групи «Практики»

Група працювала в складі 8 осіб під девізом: «Усе , що я пізнаю, я знаю, для чого це мені потрібно, де і як я можу ці знання застосувати»



Група працювала над проектом: «Багатогранники в житті, в мистецтві, в природі, в архітектурі, побуті тощо».

Мета: З'ясувати де ми зустрічаємося з многогранниками.

Доповідь студента з комп'ютерною презентацією по темі: «Багатогранники в житті, в мистецтві, в природі, в архітектурі, , побуті тощо»

Розв'язати задачі практичного змісту

VI. Підсумки заняття - дебріфінг (5 хв.). Працюючи на занятті, ми дізналися про історію появи многогранників, про учених, які займалися вивченням властивостей цих цікавих геометричних тіл.

Ми ще раз переконалися в тому, яка велика сфера застосування многогранників в живописі і архітектурі, дізналися про різноманіття їх видів.

Абсолютно несподіваним відкриттям для нас стало те, що многогранники з давніх пір є символами стихій. А також нас вразило те, що ми дуже часто стикаємося з ними в нашому повсякденному житті і іноді навіть не помічаємо цього.

2) Аналіз роботи груп незалежними експертами 3хв.

Оцінювання роботи групи в цілому і студентів зокрема.

Одного разу звичайний англійський хлопчик Джеймс, захопившись виготовленням моделей многогранників, написав в листі до батька: «...я зробив тетраедр, додекаедр і ще два едра, для яких не знаю правильної назви». Ці слова ознаменували народження в доки нічим не примітному хлопчику великого фізика Джеймса Кларка Максвелла. Думаю, що і вас, і ваших рідних захопить виготовлення моделей геометричних тіл. Виготовте модель бджолиного осередку.



Висновок

Застосування методу проектів саме при вивченні математики дозволяє підвищувати математичну грамотність і розвивати продуктивне математичне мислення: вміння читати та інтерпретувати кількісну інформацію, подану в різній формі, характерну для засобів масової інформації; уміння працювати з формулами, виконувати дії з різними одиницями вимірювання та інше.

Робота над проектом має й великий виховний вплив: якщо студент зможе впоратися з роботою над навчальним проектом, можна сподіватися, що в справжньому дорослому житті він виявиться більш пристосованим: зуміє планувати власну діяльність, орієнтуватися в різноманітних ситуаціях, спільно працювати з різними людьми.

Отже, дидактична цінність методу проектів полягає у використанні самостійної проектувальної діяльності студентів як основного засобу їх професійного розвитку.

Література

1. Лернер П. Проектування як основний вид пізнавальної діяльності школярів (на прикладі освоєння ПГ «Технологія») // Завуч. – 2003. - №7.
2. Лисенко С. Про проекти //Відкритий урок. 2003. - №17.
3. Логвін В. Метод проектів у контексті сучасної освіти //Завуч. – 2002. - №26.
4. Перспективні освітні технології: Наук. – метод. посібник. /за ред. Г.С.Сазоненко. – К.: Гопак, 2000.
5. Бурда М.І., Дубинчук О.С., Мальований Ю.І. Математика. Пробний навчальний посібник для учнів шкіл, ліцеїв та гімназій.10-11 кл. К.: «Освіта», 2001.

ЗАСТОСУВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ В КОЛЕДЖІ.

М.М. Долинюк,
комунальний заклад Львівської обласної ради «Бродівський педагогічний коледж імені Маркіяна Шашкевича»

Сучасний етап розвитку освіти України характеризується спрямованістю на побудову особистісно орієнтованої та компетентнісної систем математичної підготовки студентів, упровадженням інноваційних підходів до навчання. Модернізація національної української освіти потребує підвищення активності та самостійності студентів, формування в них умінь опрацьовувати та використовувати освітню інформацію в життєвих ситуаціях. Вивчення математики передбачає реалізацію завдань, серед яких:

• формування в студентів системи математичних знань, умінь і навичок, необхідних в повсякденному житті, майбутній професійній діяльності та для продовження освіти;
• розвиток спеціальних математичних умінь, інтуїції, просторових уявлень, навичок доказової діяльності та вміння використовувати їх для розв'язування задач з математики та з інших навчальних предметів, практичних задач.

Як показує практика, в коледж часто приходять абітурієнти з низьким рівнем математичної підготовки та відсутнім інтересом до вивчення математики. Оскільки вони вже визначилися з професією, то ефективним засобом для вирішення цих проблем є використання прикладних задач, які демонструють безпосереднє застосування знань з математики для розв'язування практичних задач в професійній діяльності.

Під прикладними задачами в коледжі здебільшого розуміють задачі, що виникають поза курсом математики, які розв'язуються математичними методами і способами, визначеними змістом програми. Добираючи прикладні задачі з математики для студентів, потрібно дотримуватися таких вимог:

1. Задачі повинні мати реальний практичний зміст, який забезпечує ілюстрацію практичної цінності і значущості набутих математичних знань.
2. Задачі повинні бути сформульовані доступною і зрозумілою мовою, вони повинні містити лише ті терміни та відомості про вузькотехнічні або інші складні виробничі процеси, з якими студенти уже зустрічалися.
3. Числові дані в прикладних задачах повинні бути реальними, відповідати існуючим на практиці, їх не потрібно „підганяти", щоб у результаті розв'язання обов'язково отримати ціле значення. Проте варто зауважити, що зустрічаються і такі прикладні задачі, де початкові дані вже заокруглені. Це зумовлено тим, що складні обчислення не повинні відвертати увагу студентів від розуміння сутності процесу розв'язування.
4. Прикладні задачі повинні відображати ситуації промислового і сільськогосподарського виробництва, економіки, торгівлі, ілюструвати застосування математичних знань у конкретних професіях.
5. У прикладних задачах числові дані, як правило, мають бути наближеними, а для їх розв'язування можна використовувати обчислювальні засоби.
6. Дидактичний рівень розв'язування прикладної задачі всередині математичної моделі не повинен перевищувати за складністю загального рівня розв'язування суто математичних задач даної теми.

У своїх працях І. М. Шапіро виділяє такі різновиди задач з практичним змістом:

1) на обчислення значень величин, що зустрічаються в практичній діяльності; 2) на складання розрахункових таблиць;
3) на побудову найпростіших номограм;
4) на застосування і обґрунтування емпіричних формул;
5) на виведення формул залежностей, що зустрічаються на практиці.

Завдання першого виду – це завдання, розв'язання яких зводиться до обчислення числового значення алгебраїчного виразу. При розв'язуванні завдань другого виду студентам необхідно повідомити математичне правило, на підставі якого таблиця повинна бути складена. Номограми застосовуються для виконання практичних розрахунків, тому доцільно розглядати і завдання третього виду. Емпіричні формули знаходять застосування в практичній діяльності. Вони не є результатом строгого математичного виведення, але їх придатність для практичних цілей підтверджується досвідом. Розв'язування задач на виведення формул залежностей, що зустрічаються на практиці, – робота творча. Успішне розв'язування таких завдань можливе лише при наявності чіткого уявлення про виробничий процес, про явище, яке належить описати на мові математики.

Навчання математики в коледжах здебільшого здійснюється за шкільними підручниками, аналіз яких виявив низький вміст завдань прикладного характеру. Тому викладачеві варто самостійно підбирати задачі з курсу математики. Їх можна розбити на наступні типи:

ІКНУ ЛІТ 2017

1) задачі, в основу сюжету яких покладені загально-функціональні поняття, що вивчались в основній школі;
2) прикладні задачі, математичні моделі яких включають показникову, логарифмічну, степеневу функції;
3) задачі в яких роль математичної моделі відіграють показникові та логарифмічні рівняння і нерівності;
4) задачі, які приводять до поняття похідної та задачі в розв'язанні яких це поняття відіграє першорядну роль;
5) прикладні задачі, в яких похідна застосовується: до дослідження на монотонність функції, яка відіграє роль математичної моделі, даної задачі; з метою дослідження функції на екстремум; з метою знаходження найбільшого і найменшого значень функції; під час дослідження функції за загальною схемою, на основі якого будується її графік; до обчислення наближеного значення функції;
6) задачі, які приводять до поняття первісної, та задачі в розв'язуванні яких це поняття відіграє першорядну роль;
7) задачі, які приводять до поняття інтеграла;
8) задачі на застосування інтеграла у природничих науках;
9) задачі з комбінаторики;
10) прикладні задачі, в яких йдеться про випадкові події та їх імовірності;
11) статистичні задачі природничого змісту.

Розглянемо декілька задач, на прикладі яких можна продемонструвати застосування похідної у різних галузях.

Задача 1. Кількість електрики, що протікає через провідник, задається формулою $q(t) = t + \frac{4}{t}$. У який момент часу *t* сила струму у ланцюзі буде рівна нулю?

Задача 2. Майстер спорту з легкої атлетики Волкова А. С. штовхнула ядро масою 10 кг по траєкторії $x(t) = t^2 + t + 1$. Яку діючу силу приклала Анна до ядра і яка кінетична енергія ядра через 2 с після початку руху?

Задача 3. У країні триває епідемія грипу, яка розповсюджується так, що відсоток ***p*** захворівших залежить від часу ***t*** (в добах) наступним чином $h = 0{,}005\left(12t^2 - t^3\right)$. Скільки діб відсоток захворівши буде збільшуватись? Починаючи з якої доби епідемія почне спадати?

Задача 4. Підприємство виготовляє *x* виробів, роздрібна ціна кожного з них *p,* причому $p = 70 - 0{,}2x$, а функція витрат $V(x) = 2000 + 12x$ (у гривнях). Знайти скільки виробів слід виготовити, щоб прибуток був максимальним?

Задача 5. До нас звернувся мер міста Броди пан Анатолій з таким питанням. Над центром дитячого майданчика, що має форму круга, треба підвісити ліхтар. На якій висоті стовпа на краях майданчика вийде найбільша освітленість?

Задача 6. Реакція організму на введені ліки виражається підвищенням кров'яного тиску, зменшенням температури тіла, зміною пульсу та інших фізичних показників. Ступінь реакції залежить від назначеної дози ліків. Припустимо, що *x* - доза ліків, а ступінь реакції *y* описується функцією $y = R(x) = x^2(a - x)$, де *a* - деяке стале додатне число. При якому значенні *x* реакція буде максимальною?

Задача 7. У живильне середовище вносять популяцію з *1000* бактерій. Чисельність популяції зростає за законом $P(t) = 1000 + \frac{100t}{100 + t^2}$, де *t* - час у годинах. Знайдіть максимальний розмір цієї популяції.

Задача 8. З колоди, яка має радіус *R*, зробити балку найбільшої міцності.

Задача 9. Потрібно побудувати відкритий циліндричний резервуар, який вміщує в собі об'єм *V* . Матеріал має товщину *d*. Якими повинні бути розміри резервуару (радіус основи та висота), щоб витрати матеріалу були найменшими?

ТНЕУ ЗП 2017

Прикладні задачі є ефективним засобом вирішення завдань, які висувають держава й суспільство до освіти. Застосування прикладних задач в процесі навчання математики в коледжі сприяє глибокому й міцному засвоєнню знань, виробленню практичних навичок, дозволяє наблизити студентів до розуміння наукових засад сучасної техніки, виробництва, які потребують використання математичних методів.

ВЕБ-КВЕСТ ЯК ІННОВАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ при вивченні

Юристовська Л.В., викладач-методист,
Львівський коледж легкої промисловості КНУТД

Веб-квест - це сучасна технологія, заснована на проектному методі навчання, що передбачає пошукову діяльність студентів з чіткою керуючої роллю викладача із застосуванням нових інформаційно-комунікаційних засобів.

Для пошуку інформації студенти використують Інтернет-ресурс. Але велика кількість інформації в мережі Інтернет та її якість не тільки не спрощують процес роботи над проектом, але й ускладнюють його. Одне з можливих рішень даної проблеми це технологія веб-квест (Web Quest).

Вперше модель веб-квесту була запропонована викладачем університету Сан-Дієго Берні Доджем у 1995 р.

WebQuest (дослівно з англійської «пошук у мережі Інтернет») – це проектна дидактична модель, що передбачає самостійну пошукову роботу студентів на веб-сайтах всесвітньої павутини з метою вирішення навчальної проблеми.

За визначенням Берні Доджа веб-квести можна поділити на короткострокові та довгострокові Короткострокові веб-квести розробляють з розрахунку на одне - три заняття. Довгострокові веб-квести, як правило, розраховані на термін від одного тижня до місяця.

Структура веб-квесту може різнитися за конфігурацією, але має містити наступні розділи:

1. Вступ – подаються загальні відомості, прописуються ролі учасників, індивідуальні та командні завдання, короткий опис (сценарій) веб-квесту.
2. Завдання – формулюються проблемні завдання та опис форми, в якій буде представлено кінцевий очікуваний результат самостійної роботи.
3. Алгоритм роботи та список інформаційних джерел (Ресурси) – опис послідовних дій, ролей та ресурсів необхідних для ефективної організації роботи та виконання завдання (посилання на Інтернет-ресурси, дані про експертів в даній області, додаткові джерела інформації та матеріали: приклади, шаблони, таблиці, бланки, інструкції, тощо).
4. Оцінка Завершальним етапом є оцінювання, однак обов'язковим для веб-квесту є попереднє (до початку роботи) оголошення його принципів. Критерії оцінки можуть бути різними (за часом презентації, оригінальністю, новаторством та інше). В оцінці підсумовується досвід, який був отриманий при виконанні поставленого завдання.
5. Підсумок – короткий опис результатів досягнутих при виконанні веб-квесту.

Проектна робота передбачає виконання студентами наступних дій:

1. Здійснити пошук за пропонованою тематикою.
2. Опрацювати та систематизувати зібраний матеріал.
3. Проаналізувати веб-сайти освітніх ресурсів.
4. Трансформувати та узагальнити результати пошуку у вигляді презентації власного проекту за заданою тематикою.
5. Визначити основні переваги та недоліки веб-ресурсів.
6. Описати результати виконаного дослідження.
7. Провести обговорення з подальшою оцінкою веб – квесту.

Важливим є етап оформлення результатів, у межах якого відбувається осмислення проведеного дослідження. Робота передбачає відбір значимої інформації і представлення її у

КНУТД 2017

вигляді слайд-шоу, буклету, анімації, постеру або фоторепортажу. Обговорення результатів роботи над веб-квестами можна провести у вигляді конференції, щоб студенти мали можливість продемонструвати власний практичний доробок. Можна практикувати розміщення результатів роботи над веб-квестом в мережі Інтернет на спеціалізованих сайтах.

Що дає використання технології веб-квесту?

- підвищення мотивації студентів до самонавчання;
- формування нових компетенцій;
- реалізація креативного потенціалу;
- підвищення особистісної самооцінки;
- навик публічних виступів
- розвиток незатребуваних в навчальному процесі особистісних якостей, наприклад: поетичні , музичні , художні здібності.

Веб-квест сприяє*:*

- пошуку Інтернет- інформації,
- розвитку мислення студентів на стадії аналізу, узагальнення та оцінки інформації,
- розвитку комп'ютерних навичок учнів,
- заохоченню студентів до самостійної роботи
- розвитку дослідницьких і творчих здібностей студентів,
- підвищенню особистісної самооцінки.

Переваги даної технології в тому, що її можна застосувати для організації як аудиторної індивідуальної або групової роботи, так і позааудиторної.

За технологією веб-квесту мною проведено аудиторне заняття «Правильні многогранники» та використана ця технологія при підготовці і проведенню позааудиторного заходу «Математики і лірики»**.** Як приклад, коротко про захід «Математики і лірики» Студенти були ознайомлені з метою веб-квесту, запропоновані ролі, розписані завдання кожному учаснику та вимоги до оформлення робіт.

Зокрема для участі у веб-квесті, студенти вибирали ролі із такого переліку: пошуковці-міжнародники, пошуковці-україністи, перекладачі.

Пошуковці-міжнародники:

- шукають матеріали про математиків, які жили чи живуть за межами України і писали вірші або художню прозу;

- шукають матеріали про поетів та письменників, які жили чи живуть за межами України і цікавились математикою, або мали математичну освіту;

- шукають матеріали про поетів та письменників, які жили чи живуть за межами України і у віршах віддавали шану математиці і математикам.

(рекомендований список вчених і літераторів, веб-ресурс).

Пошуковці-україністи:

- шукають матеріали про математиків, які жили чи живуть в Україні і писали вірші або художню прозу;

- шукають матеріали про поетів та письменників, які жили чи живуть в Україні і цікавились математикою, або мали математичну освіту;

- шукають матеріали про поетів та письменників, які жили чи живуть в Україні і у віршах віддавали шану математиці і математикам.

(рекомендований список вчених і літераторів, веб-ресурс).

Перекладачі - шукають вірші написані числами (веб-ресурс)

З матеріалами веб-квесту можна ознайомитись на персональному сайті http://jlv.at.ua/.

За результатами веб-квесту проведено усний журнал «Математики і лірики», та надруковано методичну розробку.

Отже, використовуючи Інтернет-ресурси можна ефективно вирішити низку навчально-дидактичних завдань, зокрема формувати стійку мотивацію, активізувати розумові здібності студентів, унаочнювати заняття, забезпечувати новими цікавими матеріалами. Процес такого навчання дає можливість формувати навички самостійної роботи з матеріалами. Навчальний

процес при цьому інтенсифікується. А головне, вдається реалізувати комунікативний, диференційований, особистісно-орієнтований підхід до навчання.

Використані джерела:

1. Желізняк Л.Д. Технологія „Веб-квест" на уроках інформатики. [Електронний ресурс]. - Режим доступу: http://osvita.ua/school/lessons_summary/edu_technology/30734/
2. Ільченко О. В. Використання web-квестів у навчально-виховному процесі. [Електронний ресурс]. - Режим доступу: http://osvita.ua/school/lessons_summary/proftech/32834/
3. Кононец Н.В. Педагогічні інновації вищої школи: ресурсно-орієнтоване навчання / Наталія Кононец // Педагогічні науки : зб. наук. праць. – Полтава, 2012.– Вип. 54.– С. 76–80.
4. Таратухина Т. А. Использование технологии веб-квест в учебном процессе. [Електронний ресурс]. - Режим доступу: http://nsportal.ru//schola/snostrannye-yazyki/library/ispozovanie-tekhnologii-veb-kvest-v-uchebnom-protsesse
5. http://journal.osnova.com.ua/download/4-318-30653.pdf
6. http://www.nniif.org.ua/File/12sagvky.pdf

ПРО НАВЧАЛЬНІ МОДЕЛІ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

Васильків І. М., к. ф.-м. н, доцент

Львівський національний університет ім. Івана Франка

На початковому етапі вивчення теорії ймовірностей складно обійтися без деяких класичних моделей. Це передусім приклади зі сфери азартних ігор: кидання монети чи грального кості, витягування карт і т. ін.

Одна з моделей, яку широко використовують у навчальній літературі з теорії ймовірностей, – це схема урн. Ця схема має перевагу порівняно з киданням монети чи грального кості, бо в принципі дає змогу змоделювати наслідок із будь-якою ймовірністю, що описується раціональним числом. Так, якщо в урні втричі більше чорних куль, ніж білих, то ймовірність навмання взяти з урни (одну) білу кулю дорівнює 1/4, а чорну – 3/4. Однак, як зауважує автор навчального посібника [4, с. 22], експерименти, які полягали б у перевірці цієї схеми, на відміну від дослідів із киданням монет і грального костей, невідомі, і тому "невідомо, наскільки добре реальні досліди з урнами узгоджувалися б з тими теоретичними уявленнями про випадковість, які прийнято ілюструвати за допомогою урнових схем". Це, безперечно, слушне зауваження, проте воно ніяк не применшує методичної привабливості і наочності схеми урн. Окрім того, треба зазначити, що в літературі є згадка про експериментальну перевірку схеми урн (дослід Вестергаарда [2, с. 107]), щоправда, ідеться лише про випадок, коли в урні однакова кількість білих і чорних куль. Перевірка, як нескладно передбачити, засвідчила узгодження з концепцією рівноможливості.

Звісно, може здатися, що сьогодні вести мову про практичну перевірку концепцій теорії ймовірностей за допомогою схеми урн щонайменше недоречно. Тепер це можна зробити за допомогою комп'ютера. Комп'ютер може "видавати з великою точністю числа, начебто випадково взяті з одиничного відрізка (так би мовити крапки, випадково кинуті на одиничний відрізок)… Але… в комп'ютері зазвичай використовуються так звані *псевдовипадкові числа*, в яких формально нема жодної випадковості: вони є результатом деяких арифметичних дій. Сам по собі випадковий вибір за допомогою комп'ютера… навряд чи на практиці виявиться ненадійним через неповну випадковість псевдовипадкових чисел" [4, с. 23]. Та коли йдеться про початковий етап засвоєння поняття ймовірності, то постає запитання: чи зможе початківець збагнути сутність комп'ютерного генерування випадкових чисел настільки, щоб спроектувати його на реальність і через нього засвоїти поняття ймовірності? Поки що на це запитання не можна відповісти однозначно "так". Але може статися, що невдовзі справді не буде потреби вводити поняття ймовірності (і випадкового вибору) за допомогою "примітивних" класичних прикладів, бо люди уже в ранньому віці так інтегруватимуться у простір комп'ютерних (чи

еквівалентних їм) технологій, що згадані поняття через технології засвоюватимуться так само просто, як сьогодні вони засвоюються через класичні предметні приклади теорії ймовірностей.

І все ж попри цей хисткий оптимізм хочеться подати тут іще один погляд на питання. Як зауважує Д. Пойа [3, с. 287], мішок із кулями дає змогу змоделювати монету, кубик і колоду карт. У першому випадку у мішку дві різні кулі, у другому – шість, у третьому "замість витягувати карту з колоди можемо виймати кулю з мішка, в якому міститься 52 належним способом помічені кулі". "Інтуїтивно видається зрозумілим", що, беручи мішок із кулями замість монети, грального кості чи колоди карт, ми "ми не змінюємо умов" цих ігор (звісно, монета і кубик "ідеально симетричні"). Пойа стверджує (звісно, сподівачись, що читач не вирве твердження із загального контексту розмови і зрозуміє його конструктивність): "Головне в тому, що мішок і кулі *дають змогу сформулювати теорію* (курсив. – *І. В.*)". (Пойа більше полюбляє саме мішок із кулями, а не урну. Може, з суто технічного погляду зручніше мати мішок, ніж урну, але принципово і перше і друге – те саме.)

Ще одним класичним предметом дослідження в теорії ймовірностей і її застосуваннях є пропорція хлопчиків і дівчаток серед новонароджених. Стать дитини – випадкова величина, частота якої відзначається високим ступенем стійкості. Обсяг даних із цього питання дуже великий. Цікавий випадок із наукової діяльності П. Лапласа (1749–1827). Використовуючи статистичний матеріал, який стосувався кількох європейських міст, Лаплас дійшов висновку, що відношення кількості новонароджених хлопчиків до загальної кількості новонароджених близьке до 22/43. Однак таке відношення для Парижу за період від 1745 до 1784 року було іншим і дорівнювало приблизно 25/49. Ця відмінність зацікавила вченого і він намагався знайти раціональне пояснення. З'ясувалося, що до загальної кількості новонароджених у Парижі було зараховано підкидьків (у Парижі існував притулок для немовлят). А що навколишнє населення підкидало переважно немовлят однієї статі, то це й призвело до зменшення відношення кількості хлопчиків до загальної кількості новонароджених. Після того, як Лаплас вилучив знайд із загальної кількості народжених, статистика для Парижу стала такою самою, як для решти міст Європи.

Дослідження свідчать, що насправді ймовірність народження хлопчика не є універсальною константою, і коливається не лише за територією, а й у часі. Причину цих коливань не з'ясовано досі. Зрозуміло, що оскільки ймовірність народження хлопчика не стала, то схему Бернулі не можна розглядати як точну модель явища. Та попри це Лаплас знайшов правильну відповідь на запитання, яке його зацікавило.

Принциповим питанням на початковому етапі викладання математичної статистики є обґрунтування теорії вибіркового методу. Важлива проблема теорії вибірки – це проблема репрезентативності. Найнадійнішим і інтуїтивно зрозумілим способом її розв'язання є збільшення обсягу вибірки. Для вироблення ймовірнісно-статистичного мислення ці інтуїтивні здогади варто підтвердити прикладами.

Розгляньмо конкретний приклад, що ілюструє зв'язок між обсягом вибірки і надійністю висновків. Припустімо, що двоє продавців магазину чергуються і кожен із них тиждень працює, а тиждень відпочиває. Власник магазину хоче з'ясувати, котрий із продавців працює краще, беручи за критерій якості роботи тижневий виторг продавців. Припустімо, що експеримент тривав 10 тижнів. Якщо, наприклад, перший продавець "переміг" 6 разів із 10, то навряд чи це може бути підставою для висновку про те, що він працює краще. Якщо ж маємо ситуацію 7 проти 3, то можна прийняти рішення про те, що перший продавець працює краще. Але той чи той наслідок експерименту може бути випадковим, а, отже, висновок власника може бути помилковим. Питання в тому, наскільки ймовірний помилковий висновок.

Нехай насправді якість роботи обох продавців однакова. Цю реальну ситуацію можна змоделювати експериментом із киданням монети, якщо припустити, що перемога першого продавця обумовлена такою ж випадковістю, як, скажімо, поява герба.

Згідно з наведеними міркуваннями власник не робить висновків про перевагу в роботі продавця, якщо кількість перемог (поразок) не перевищує 7 (3). Нескладно знайти:

$$P_{10}(4 \le m \le 6) = \frac{C_{10}^4 + C_{10}^5 + C_{10}^6}{2^{10}} = \frac{210 + 254 + 210}{1024} \approx \frac{2}{3}.$$

Отже, правильне рішення в такому разі буде прийнято зі ймовірністю $2/3$, а ймовірність помилкового рішення (один із продавців працює краще) дорівнює $1/3$. Зрозуміло, що це рішення неприйнятне через високу ймовірність помилки.

Найочевидніший спосіб підвищити надійність висновків – збільшення кількості спостережних даних. Інтуїтивно зрозуміло і просто пересвідчитися розрахунками, що, скажімо, 70 перемог зі 100 практично усувають можливість чистої випадковості. Справді, за інтегральною теоремою Лапласа

$$P_{100}(0 \le m \le 70) \approx \Phi\left(\tfrac{70-50}{5}\right) - \Phi\left(\tfrac{0-50}{5}\right) > 0{,}9999,$$

тобто ймовірність помилки менша ніж 0,001 %. Зауважмо, що цей варіант перевірки значно надійніший, ніж навіть 10 перемог із 10 (ймовірність помилки тоді $2^{-10} = 1/1024$).

Ясна річ, приймаючи рішення, власник мав би взяти до уваги й інші обставини, зокрема і те, наскільки значною є відмінність у виторгах продавців.

Хоча досвід і підтверджує наявність стійкості для багатьох подій, прямого способу підтвердження цієї стійкості нема. А без такого підтвердження не можна обґрунтувати введення поняття ймовірності. Для потреб практики питання про статистичну стійкість розв'язують на підставі інтуїтивних міркувань або постулюють як узагальнення досвіду. Однак це не розв'язує проблему строгого логічного обґрунтування ймовірності.

Навіть класичне означення ймовірності насправді узгоджується чи не з єдиним експериментом – киданням симетричної монети. Що ж до "симетричного" кубика, то ситуація вельми цікава. Як свідчать експерименти, частота появи різних граней коливається (*стабілізується*) біля не зовсім однакових чисел (сума яких дорівнює одиниці). Скидається на те, що симетричний кубик справді "ідеальний", тобто існує лише в нашій уяві й реалізує свою ідеальність в уявних експериментах, здебільшого пов'язаних із класичними прикладами теорії ймовірностей. Тому й не дивно, що експериментальні спроби перевірки відповідності відносних частот імовірностям досі актуальні, про що йдеться, зокрема у статті [1, с. 174].

Насправді припущення про наявність стійкості відносної частоти – це всього лиш статистична *гіпотеза*, яка, звісно, потребує перевірки. Однак введення поняття ймовірності зазвичай передує введенню поняття статистичної гіпотези, і доводиться *постулювати* існування ймовірності. Але, зрозуміло, це не розв'язання проблеми, а лише, умовно кажучи, спосіб домовитися, що проблема розв'язання не потребує.

Помилково вважати, що коли йдеться про "чисту" (тобто фундаментальну, незалежну від "експерименту") математику, то теорія ймовірностей більше, ніж інші розділи математики, залежить від спостережень. Коли ознайомлюєшся з найновішими досягненнями в математиці, популярно викладеними самими математиками (тут слово "популярно", мабуть, доцільно взяти в лапки, бо для розуміння цих викладів необхідна принаймні базова математична, а краще ще й фізична, освіта), то стає зрозумілим, як суттєво поступ у цій найабстрактнішій сфері інтелектуальної діяльності пов'язаний з фізичною реальністю. Зрештою, це не мало б нас дивувати, але вимушена надмірна диференціація пізнання призвела до втрати сприйняття світу як цілісної живої системи, де все взаємопов'язано. А між тим ще понад два століття тому Л. Ойлер зазначав, що навіть "властивості чисел значною мірою були відкриті через спостереження задовго до того, як їхня істинність була підтверджена строгими доведеннями… Цей вид знань, засвідчений лише спостереженнями і ще не доведений, треба ретельно відрізняти від істини; його (вид знань. – *І. М.*), як ми зазвичай кажемо, набувають через індукцію. Але ми бачили приклади, коли проста індукція вела до помилки. Тому треба виявляти обережність, щоб не прийняти за істинні такі властивості, які відкриті через спостереження і підтверджуються лише індукцією". Незалежно від того, будуть підтверджені чи спростовані припущення, отримані через просту індукцію, Ойлер зауважує, що в будь-якому разі "можемо навчитися чогось корисного" (цитуємо за [3, с. 25]).

Література

1. Алимов Ю. И., Кравцов Ю. А. Является ли вероятность “нормальной” фзической величиной? // Успехи физических наук. – 1992. – Т. 162, № 7. – С. 149–162.

2. Венецкий И. Г., Кильдышев Г. С. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Статистика, 1975. – 264 с.

3. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. – М.: Наука, 1975. – 464 с.

4. Тутубалин В. Н. Теория вероятностей : учеб. пособие. – М. : Издательский центр “Академия”, 2008. – 368 с.

ТК НУ ЛП 2017